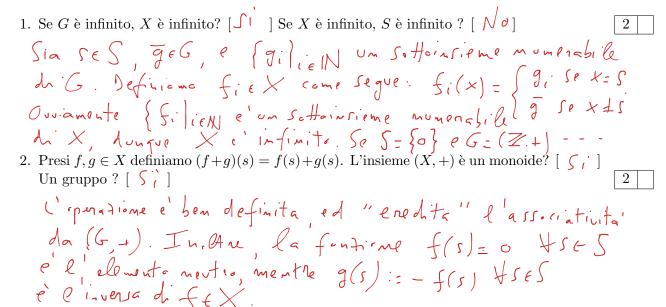
* MATRICOLA:	ABCD Voto≥10:
Nome:	Cognome:

Algebra 1 - Esame 17.07.14

Rispondere alle domande su questo foglio usando gli appositi spazi e giustificando brevemente ma esaurientemente tutte le risposte.

 ${f A}~{
m Sia}~(G,+,0_g)$ un gruppo abeliano, S un insieme non vuoto e X l'insieme delle funzioni da S a G.



 ${\bf B}$ Sia \mathbb{Q}^+ l'insieme dei razionali positivi. Presi $q_1,q_2\in\mathbb{Q}^+$ si consideri la relazione

$$q_1 \le q_2 \text{ se } \frac{q_1}{q_2} \in \mathbb{N}.$$

1. È vero che (\mathbb{Q}^+,\leq) è un insieme totalmente ordinato? [$\bigvee_{\,{\cal O}\,}$]

Ad esempio, gli elementi. 2 e 3 non somo confrontalili.

2. Qual è un maggiorante per la coppia
$$(\frac{2}{3}, \frac{10}{7})$$
?

2

$$\alpha(x) = \begin{cases} 3x & \text{se 2 divide } x \\ 2x & \text{se 2 non divide } x \end{cases}$$

 2

2

2

1. Si dimostri che α non è né iniettiva né suriettiva.

La funcione non e'iniettire, priche &(2) = &(3) Inolare, l'immagine di & contiene solo mumeri pari.

2. Si mostri che $\alpha(\mathbb{Z}) = \{12t, 4t + 2 | t \in \mathbb{Z}\}$ e che gli elementi che hanno più di una controimmagine sono tutti e soli gli elementi della forma 4t + 2 con $t \equiv 1 \pmod{3}$.

Sia $x \in \mathbb{Z}$; se x = 2K+1, allows $\chi(x) = 4K+2$. Se x = 2k allows $\chi(x) = 6k$ e, per h pari; $\chi(x)$ e' tel tipo 12t mentre per h dispari Si velo che $\chi(x)$ e' del tipo 4K+2. Vievense, 12K=2(6K), e $4K+2: \chi(2K+1)$. Poi, $|\chi^{-1}(\{2\})| > 1 = 1$ f k, $K \in \mathbb{Z}$ com $\chi(x) = 1 = 2(2K+1)$. La diofactea $\chi(x) = 1 = 2(2K+1)$. Com $\chi(x) = 1 = 2(2K+1)$. Com $\chi(x) = 1 = 2(2K+1)$.

D Sia $\mathbb{Z}_p[x]$ l'anello dei polinomi in x sul campo \mathbb{Z}_p delle classi di resto modulo p primo. Consideriamo i due ponimomi

2. Al variare di p si determinino due polinomi h(x) e k(x) tali che d(x) = a(x)h(x) + b(x)k(x). [h(x) = k(x) = 0

Se p=2, basta ponce h(x)=o, K(x)=1; se $p \neq 2$, si fond h(x)=1, $K(x)=-(x^2+x+1)$ (e cosi si ottiene l'nos d(x)=2x+2).