



Per il Dottorato in Scienze Matematiche dell'Università degli Studi di Milano

il Prof. **Giuseppe Molteni**

terrà un corso di dottorato su

## **Generatori per il gruppo delle classi di un campo algebrico**

presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano

Via C. Saldini n.50 - Milano

### **Descrizione del corso**

E' noto che il gruppo delle classi di ogni campo algebrico è abeliano e finito. Ciò consente di descriverlo efficientemente tramite una presentazione, ovvero tramite un elenco di suoi generatori e delle loro relazioni.

La ricerca dei generatori è tuttavia resa estremamente complicata dal fatto che tutti i risultati noti incondizionalmente (ovvero senza assumere la validità della congettura di Riemann per le funzioni  $L$  che appaiono nella teoria) mostrano per i generatori dei bound che nel discriminante del campo crescono come la sua radice quadratica e che pertanto divengono rapidamente impraticabili. Negli anni '90 Eric Bach [Bach] ha però dimostrato che l'assunzione della validità della congettura di Riemann generalizzata consente di dimostrare che un insieme di generatori può già essere individuato tra gli ideali primi la cui norma non superi essenzialmente il quadrato del logaritmo del discriminante, cosa che consente di estendere questo tipo di calcoli a campi prima del tutto inaccessibili (purtroppo solo sotto GRH, ma questa è un'altra storia).

Nel corso si vuole:

- 1) presentare due strumenti fondamentali della teoria dei numeri, ovvero le funzioni  $L$  di Hecke associate a Grossencharacters, e le formule esplicite di Weil che legano somme pesate sugli ideali ad opportune somme pesate sugli zeri delle funzioni  $L$ ;
- 2) utilizzare questi strumenti per fornire una dimostrazione del risultato di Bach;
- 3) presentare un recente risultato di Karim Belabas, Francisco Diaz y Diaz and Eduardo Friedman [BeDiazFr] che produce un algoritmo che nei range dei parametri attualmente esplorabili fornisce stime migliori di quelle di Bach.

Se ve ne sarà la possibilità e il tempo vorrei anche discutere alcuni ulteriori miglioramenti ottenuti molto recentemente da Loïc Grenié e da me su questo tema.

**Prerequisiti:** conoscenza della teoria di base dei campi algebrici e dei loro anelli di interi, nonché dell'analisi complessa.

### **Bibliografia**

[Bach] E. Bach, Explicit bounds for primality testing and related problems, Math. Comp. 55 (1990), no. 191, 355-380.

[BeDiazFr] Karim Belabas, Francisco Diaz y Diaz and Eduardo Friedman, Small generators of the ideal class group, Math. Comp. 77 (2008), no. 262, 1185-1197.

### **Calendario**

Pima lezione: mercoledì **8 marzo 2017**, ore **14.00--16.00** – Aula Dottorato

Seconda lezione: giovedì **16 marzo 2017**, ore **14.00--16.00** – Aula Dottorato

Le lezioni seguenti saranno fissate in funzione delle esigenze dei partecipanti