



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "FEDERIGO ENRIQUES"

MARCO FRITTELLI
Professor of Mathematical Finance

Marco.Frittelli@unimi.it
Office: 0039 02 503 16143

Argomenti Avanzati di Finanza Primo Semestre, A.A. 2024-2025

I Richiami del corso di Finanza Matematica 1

Il principio di non arbitraggio. La valutazione delle opzioni. Completezza e incompletezza del mercato. I teoremi fondamentali di valutazione. Il prezzo di super-replicazione.

II Cenni di Analisi convessa

Spazi duali e topologie deboli. Cono polare e bipolare, teorema bipolare. Funzioni convesse, funzioni coniugate. Teorema di Fenchel-Moreau. Lo spazio b_a , duale topologico di L^∞ , Il teorema di Yosida-Hewitt. Il teorema di Namioka-Klee e la sua estensione a mappe convesse e monotone. Il teorema di Penot Volle.

III Misure di Rischio

Misure di Rischio (MdR) monetarie, MdR coerenti e convesse. Proprietà e interpretazione finanziaria. Implicazioni fra le diverse proprietà delle MdR. Proprietà "cash additive": condizione necessaria e sufficiente per la rappresentazione delle MdR attraverso gli insiemi di accettazione. Proprietà di ρ_A e A_ρ . Lipschitz continuità. Esempi: $V@R$, Worst RM, MdR entropica, certo equivalente.

Rappresentazione duale delle MdR coerenti e convesse utilizzando il teorema di Fenchel-Moreau.

Equivalenti condizioni di continuità per ρ monotone e quasi-convesse definite su L^∞ . Continuità dall'alto e dal basso. La proprietà di Lebesgue e la rappresentazione con il max. Formula alternativa per la funzione di penalità.

Analisi della MdR "worst" e della MdR entropica. Formulazione variazionale della MdR entropica.

Misure di Rischio shortfall.

Rappresentazione delle MdR coerenti attraverso il teorema di dualità per il prezzo di super replicazione.

Misure di rischio quasi convesse. Rappresentazione duale di misure di rischio quasi convesse e il caso cash additive.

MdR condizionali e dinamiche. Proprietà di regolarità. Rappresentazione duale delle MdR condizionali (Scandolo-Detlefsen). Consistenza temporale.

IV Sul mercato finanziario

Modello di mercato finanziario generale. Il cono K dei claims replicabili e il cono C dei claims super replicabili e limitati. Misure "separanti" M (misure di martingala) e loro caratterizzazione. Le condizioni di NA, NFL, NFLVR.

A) Massimizzazione dell'utilità attesa in mercati incompleti

Le diverse ipotesi sulla funzione d'utilità u e conseguenze sulla sua funzione coniugata. Esempi.

Funzioni coniugate concave.

Il problema duale del problema di massimizzazione dell'utilità attesa.

Il problema di massimizzazione dell'utilità attesa con vincolo di bilancio determinato da una sola probabilità Q , su L^∞ e su L^1 . Misure a entropia finita. Esempi di calcolo di $(U_Q)(x)$ e uguaglianza fra $(U_Q)(x)$, $(U^Q)(x)$ e $I(x, Q)$.

Sul funzionale U dell'utilità ottimale.

La misura Minimax. Il funzionale coniugato del funzionale integrale. Cenni ai teoremi di Rockafellar e di dualità di Fenchel. Il teorema minimax.

Condizioni equivalenti a $U(x) < u(\infty)$.

Rappresentazione duale del problema di massimizzazione dell'utilità in mercati incompleti. Esempi: minimal variance, minimal entropy, minimal infy norm.

Relazione di dualità con contingent claims. La rappresentazione duale dell'entropia relativa. Interpretazione finanziaria dell'entropia relativa.



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "FEDERIGO ENRIQUES"

Valutazioni delle opzioni attraverso le misure minimax. Il "Fair price" di Davis.

Il certo equivalente dinamico e proprietà.

Il prezzo d'indifferenza (seller e buyer) e relazione con le misure di rischio. Proprietà del prezzo d'indifferenza e sua rappresentazione duale.

Propedeuticità consigliate:

Finanza Matematica 1, Calcolo delle Probabilità

Materiale di riferimento

Dispense del docente.

H. Follmer, A. Schied: "Stochastic Finance", 4th Edition, de Gruyter, 2016.

C. Aliprantis, K. Border: "Infinite Dimensional Analysis", 3rd Edition, Springer 2006.

Articoli scientifici proposti dal docente.

Modalità di esame:

Orale

Lingua in cui è tenuto l'insegnamento

Italiano/Inglese

Pagina web del corso:

<http://www.mat.unimi.it/users/frittelli/Didattica.html>