



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE,
FISICHE E NATURALI

Mode Locking

Generazione di impulsi laser di brevissima durata temporale



Simone Cialdi

Outline

Analisi delle ultime misure

Modulatore AO per Q-switch

Misura del delay time per la formazione dell'impulso

Modulatore EO per Q-switch

Generazione di seconda armonica

Mode Locking (principio di funzionamento)

Realizzazione pratica

Mode Locking attivo

Mode Locking passivo

Compensazione della dispersione

Teoria di Kuizenga-Siegman

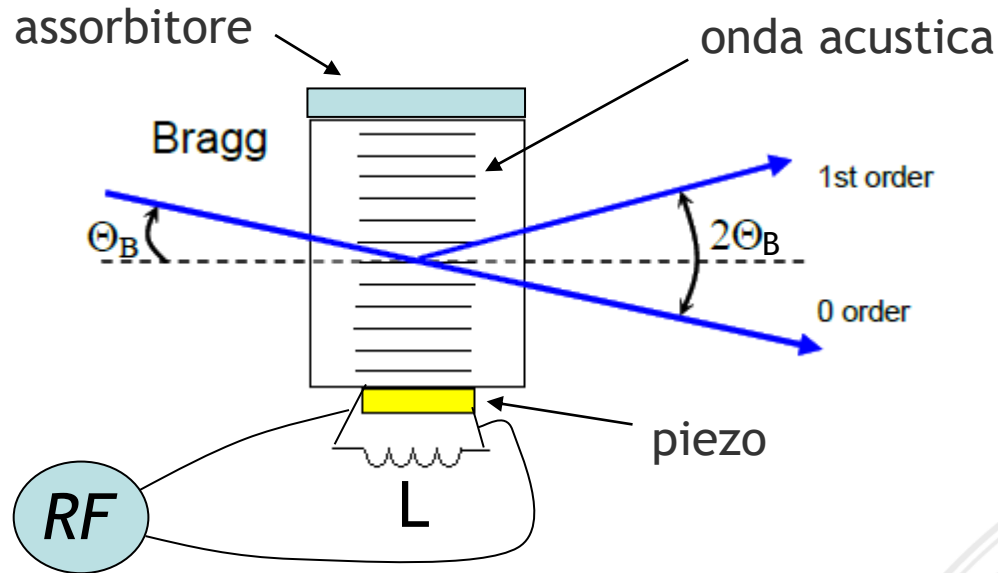
Condizione per ottenere ML stabile

Misura della lunghezza dell'impulso

Autocorrelatore



Modulatore acusto-ottico



Generatore RF a 27MHz

Leggi di conservazione: (energia e impulso)

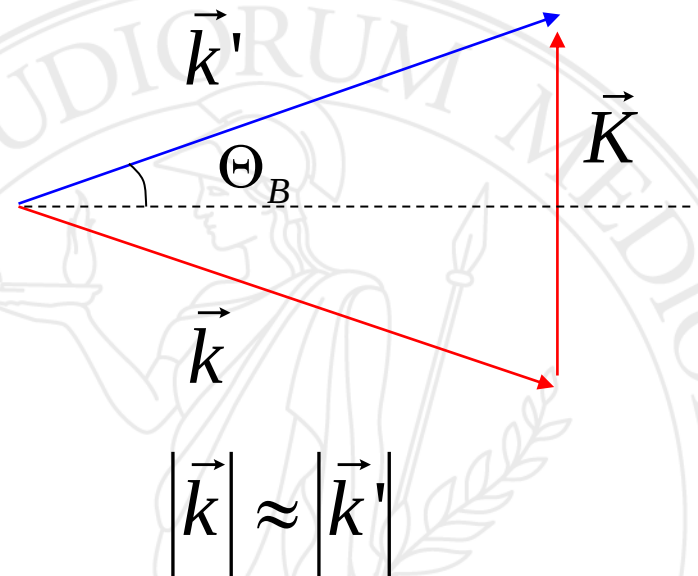
$$\nu' = \nu + F \quad \nu \gg F = 27\text{MHz}$$

$$\vec{k}' = \vec{k} + \vec{K} \quad |\vec{K}| = \frac{2\pi F}{V} \quad V \approx 5000\text{m/s}$$

velocità onda
acustica nel quarzo

Il fascio diffratto si forma quando ottengo la conservazione dell'impulso (devo distruggere il fotone di ingresso e un fonone per generare un fotone)

$$|\vec{k}| \sin(\Theta_B) = \frac{|\vec{K}|}{2}$$

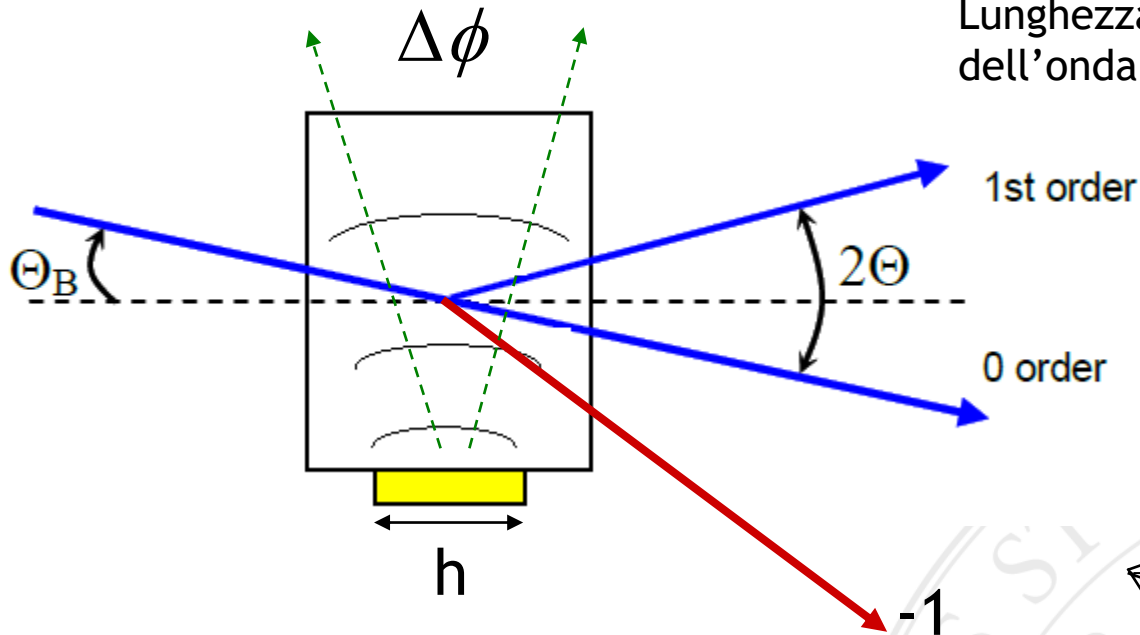


Perchè i due fotoni hanno circa la stessa energia

A causa della diffrazione
l'onda acustica non è piana

$$\Delta\phi \approx \frac{\Lambda}{h} \approx 7\text{mrad} > \Theta_B \approx 1.5\text{mrad}$$

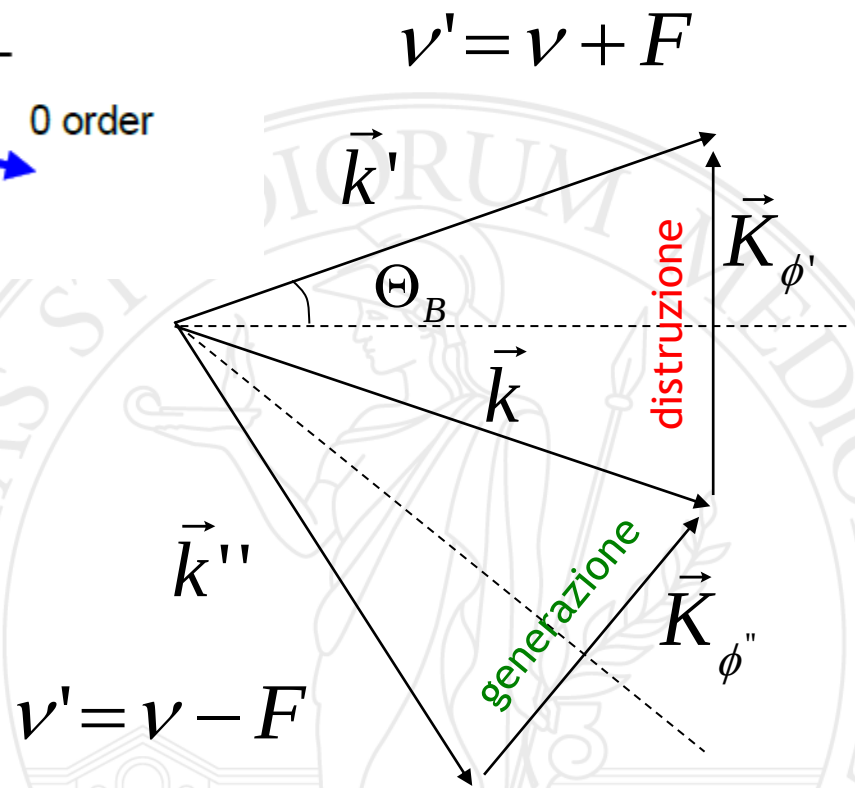
Lunghezza d'onda
dell'onda acustica $\Lambda = \frac{V}{F}$



all'uscita del modulatore vedo due fasci
diffratti

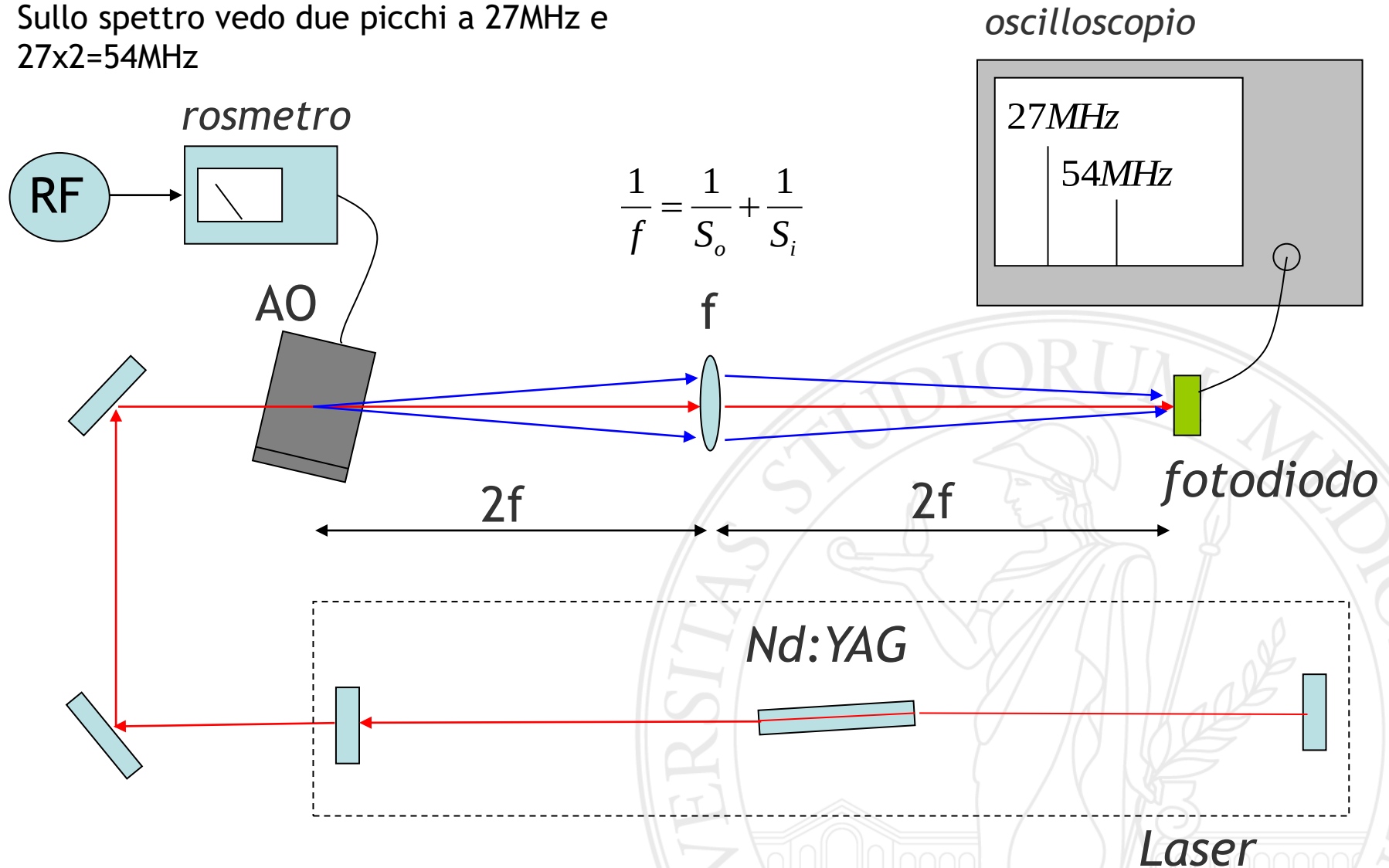
Regime di Raman-Nath

$$\Delta\phi \gg \Theta_B$$

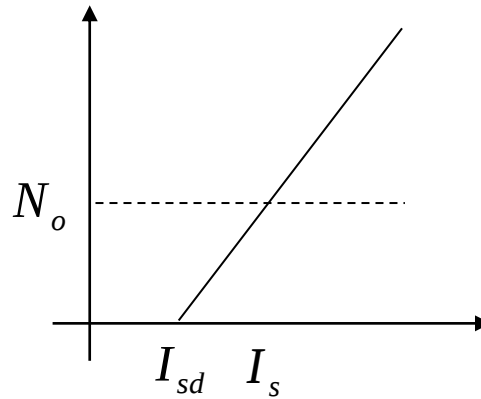
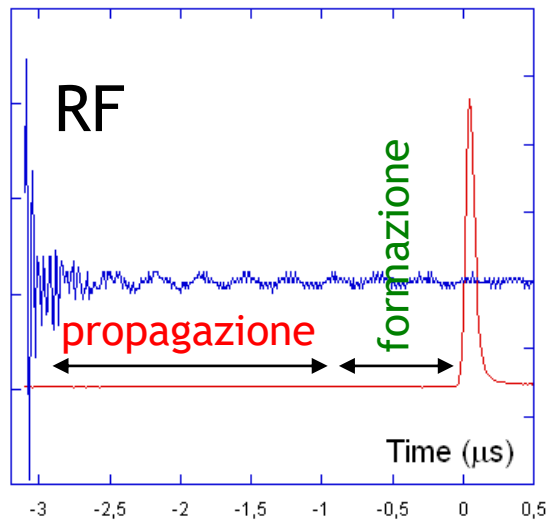


Apparato per la verifica della diffrazione e dello shift in frequenza

Sullo spettro vedo due picchi a 27MHz e
 $27 \times 2 = 54\text{MHz}$



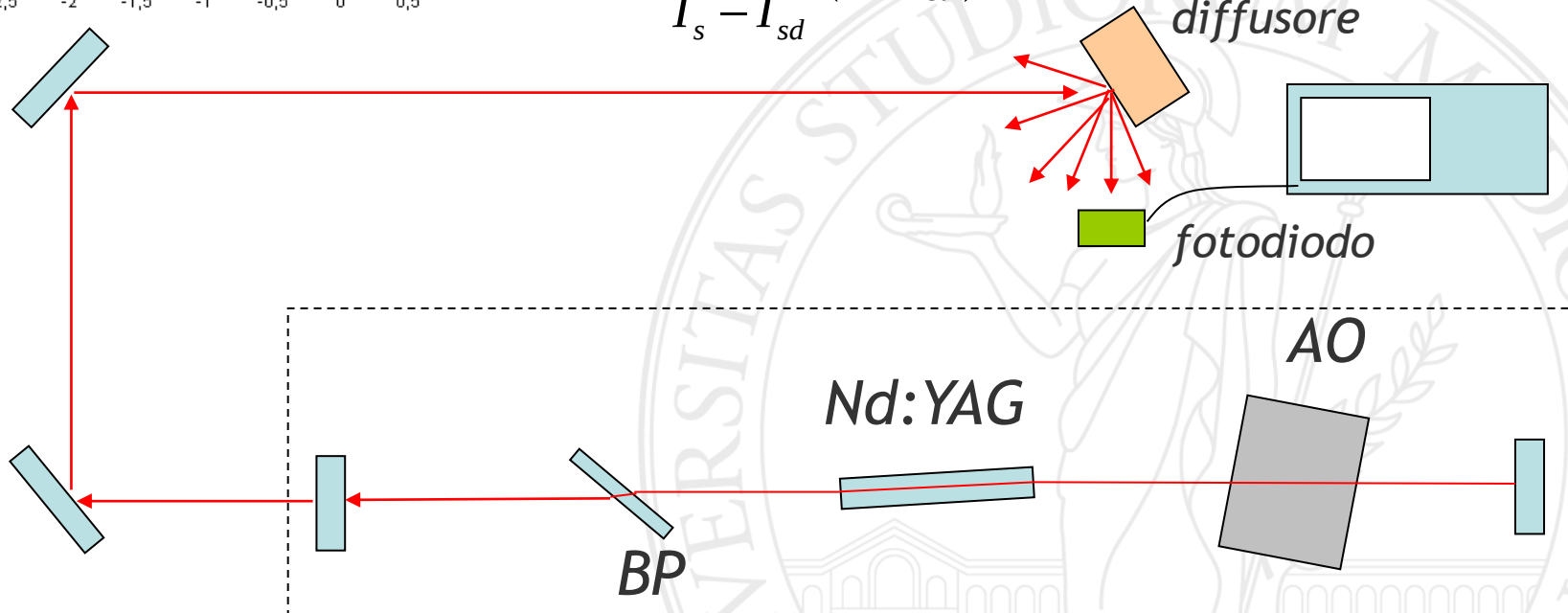
Apparato per la misura del delay time relativo alla formazione dell'impulso



$$N_p = N_o$$

$$\tau_D = \frac{\tau_C}{\frac{N_i}{N_p} - 1} = \frac{\tau_C}{x - 1}$$

$$N_i = \frac{N_p}{I_s - I_{sd}} (I - I_{sd})$$

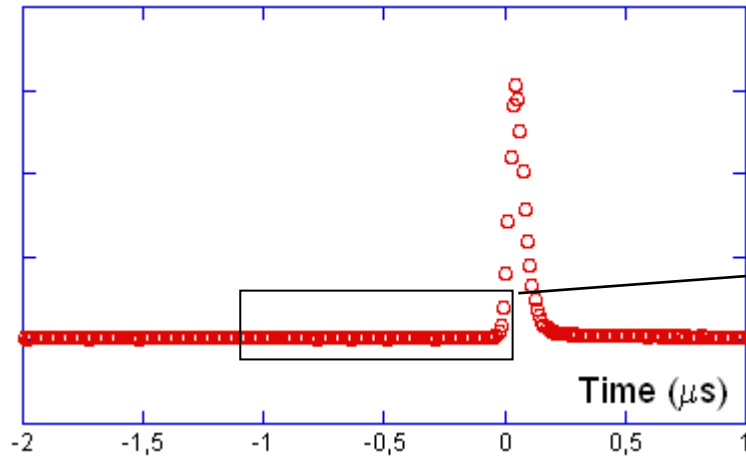


Laser

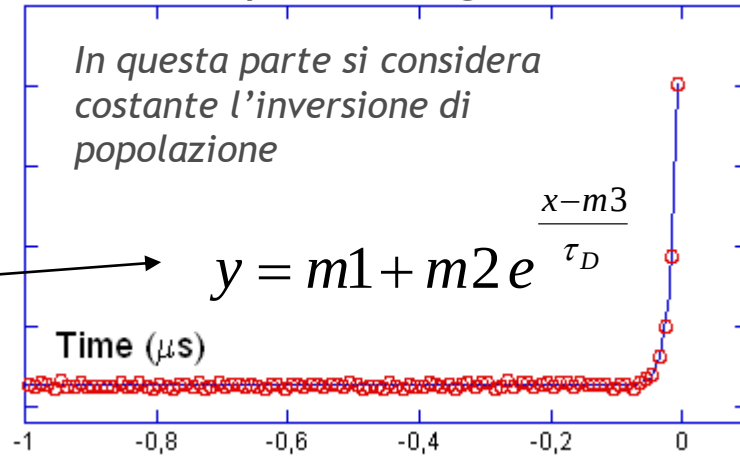


Procedura per la misura del delay time

Media di N impulsi



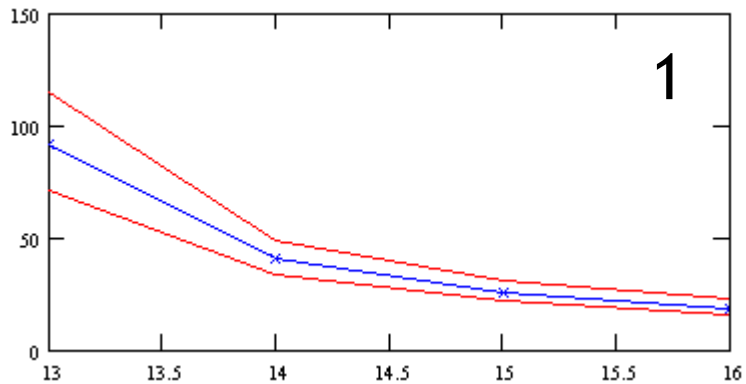
Fit della parte ritagliata



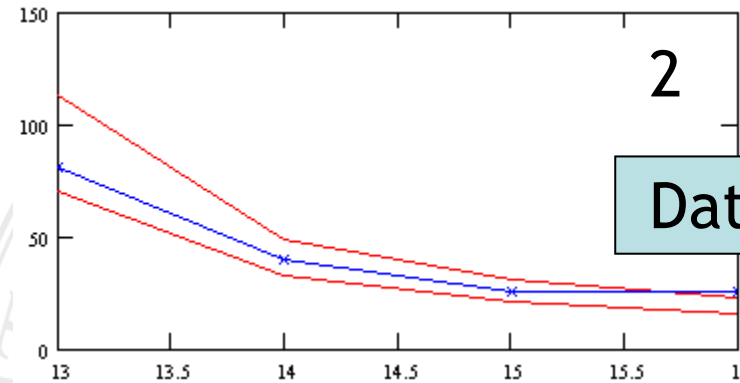
ns

τ_D

1

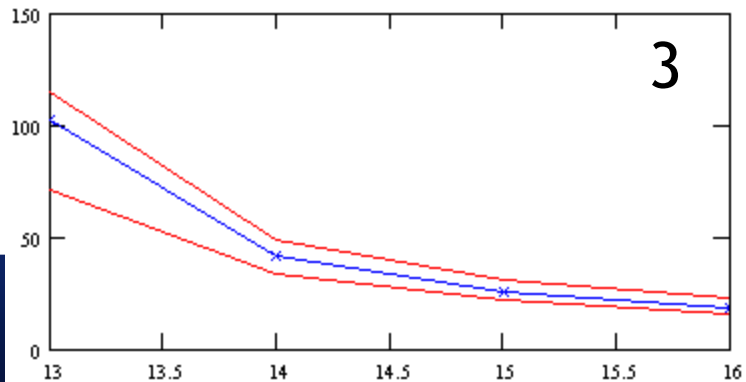


2

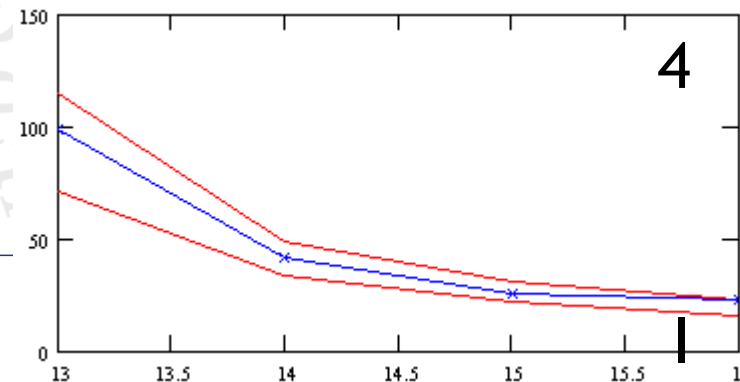


Dati 2011

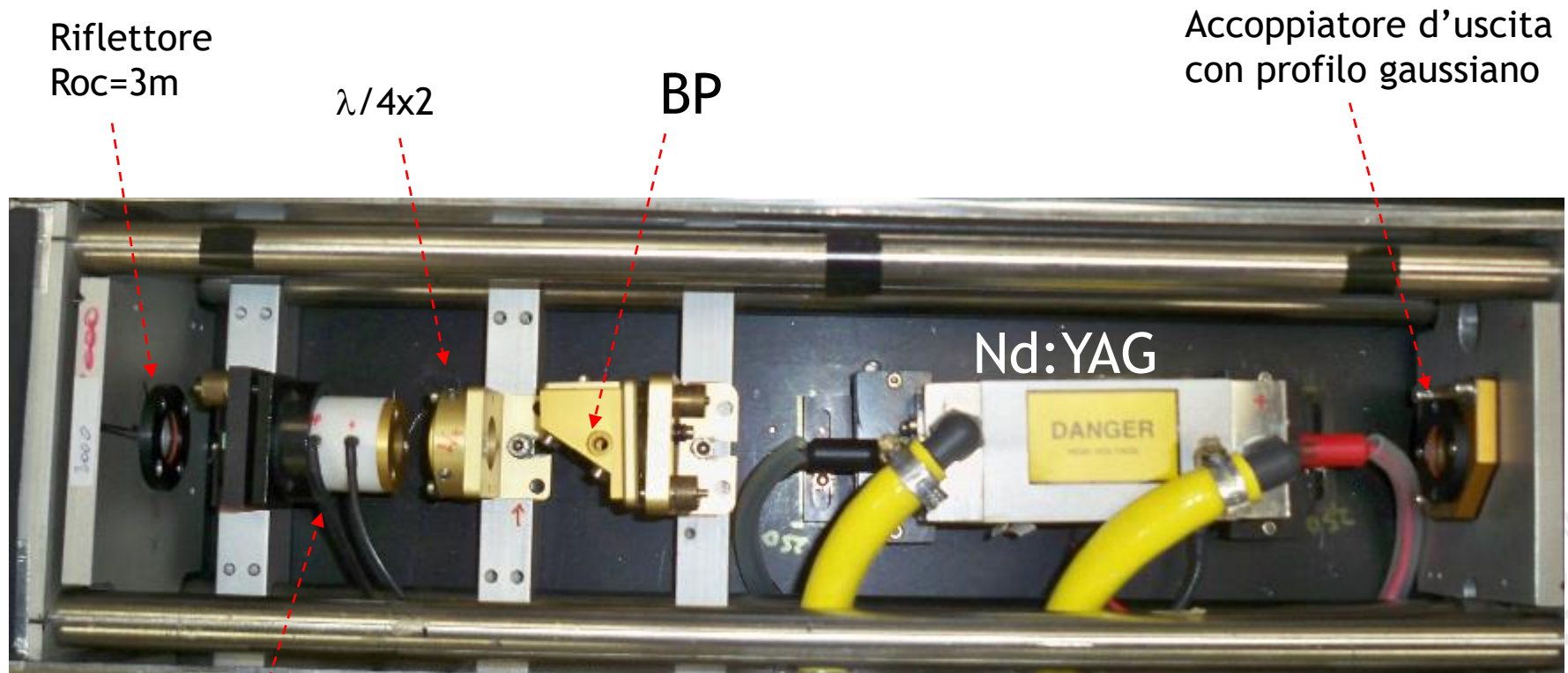
3



4



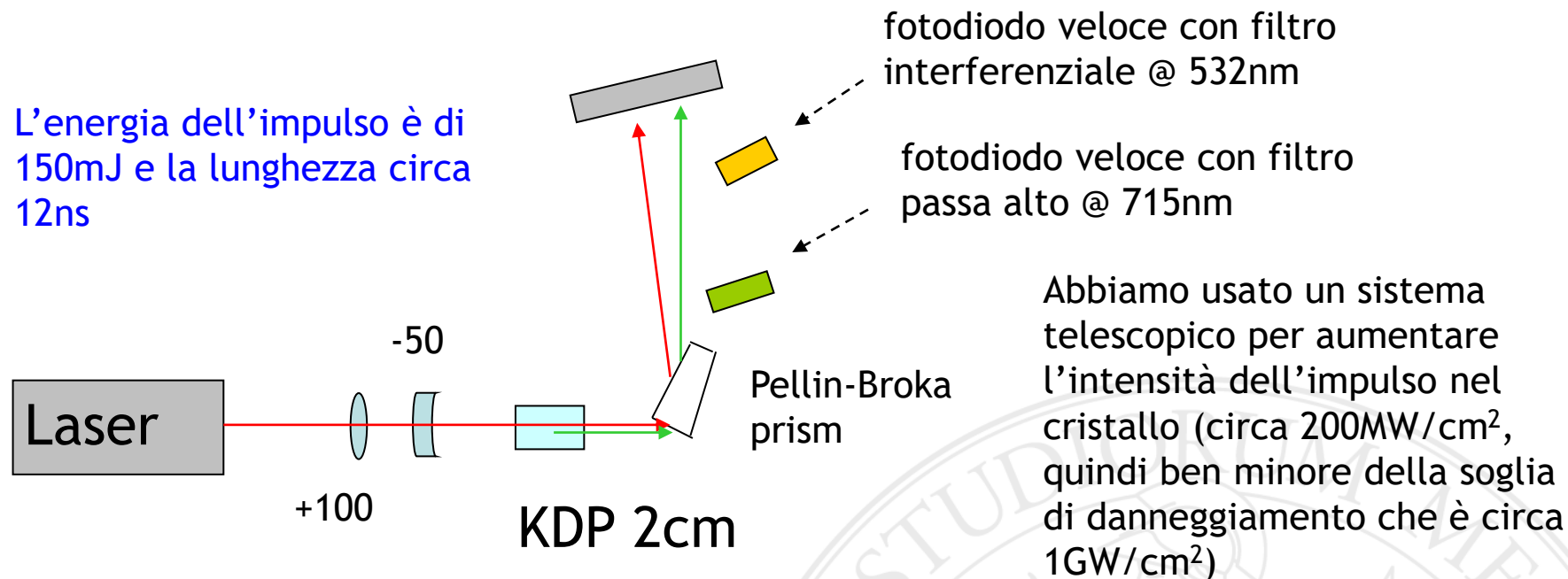
Laser Q-switched con modulatore EO



Quando viene applicato l'impulso HV alla PC complessivamente la $\lambda/4$ e la PC non toccano la polarizzazione che quindi rimane H e non si hanno perdite aggiuntive rispetto a quelle dell'accoppiatore d'uscita.

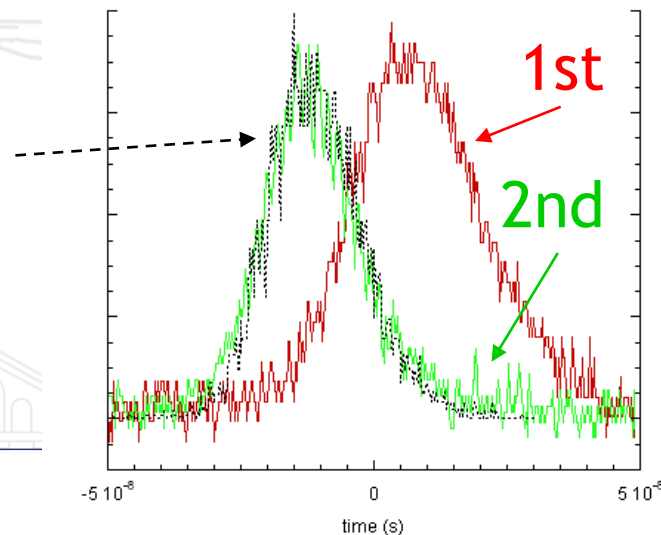
Generazione di seconda armonica con cristallo KDP

L'energia dell'impulso è di 150mJ e la lunghezza circa 12ns



Abbiamo verificato che la lunghezza della 2° armonica è circa quella della 1° divisa per radice di 2 (il profilo della 2° è il quadrato del profilo temporale della 1°)

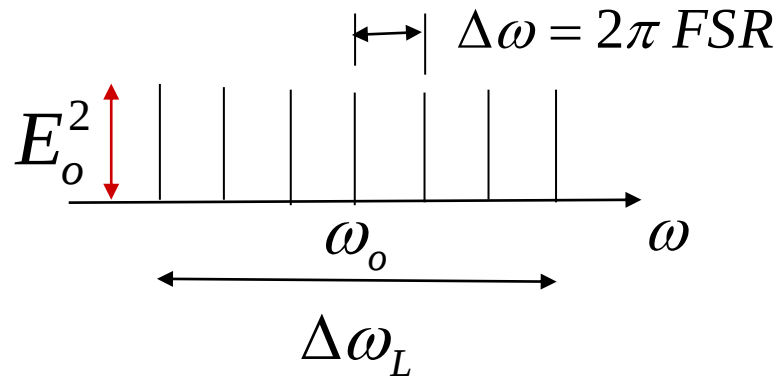
La linea nera tratteggiata è il quadrato della 1° armonica (+ una traslazione)



Mode locking

Principio di funzionamento

Considero la sovrapposizione di N modi longitudinali scorrelati in fase



campo
elettrico

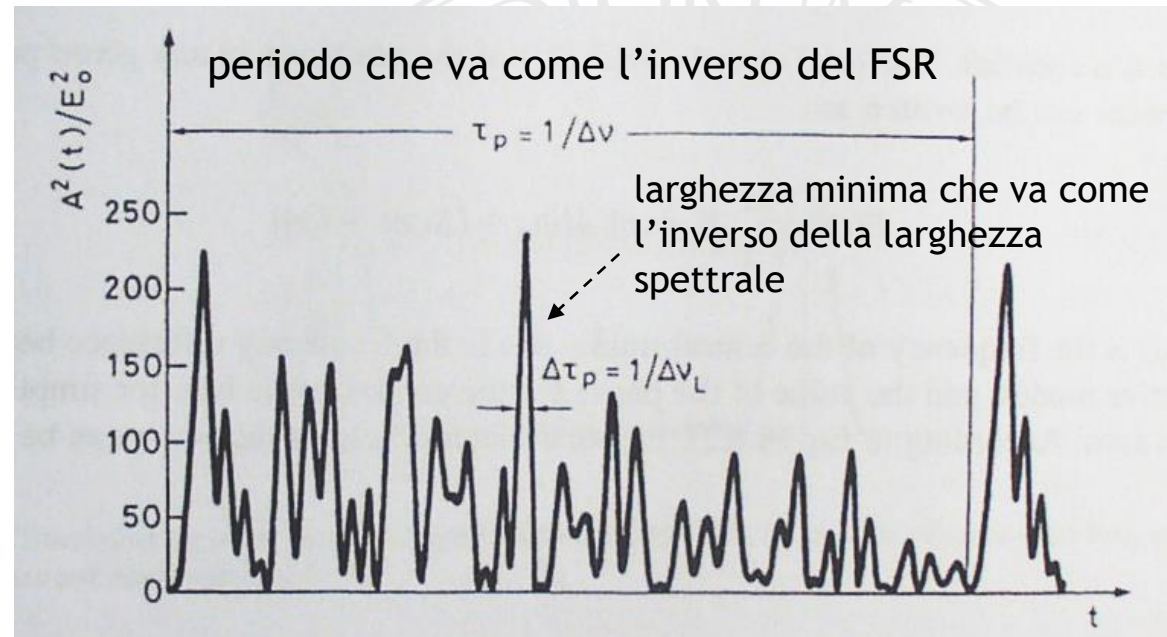
$$E(t) = \sum_{l=-n}^n E_o e^{i(\omega_0 + l \cdot \Delta\omega)t + i\varphi_l}$$

$$\varphi_l = RND_l$$



La fase del modo è casuale

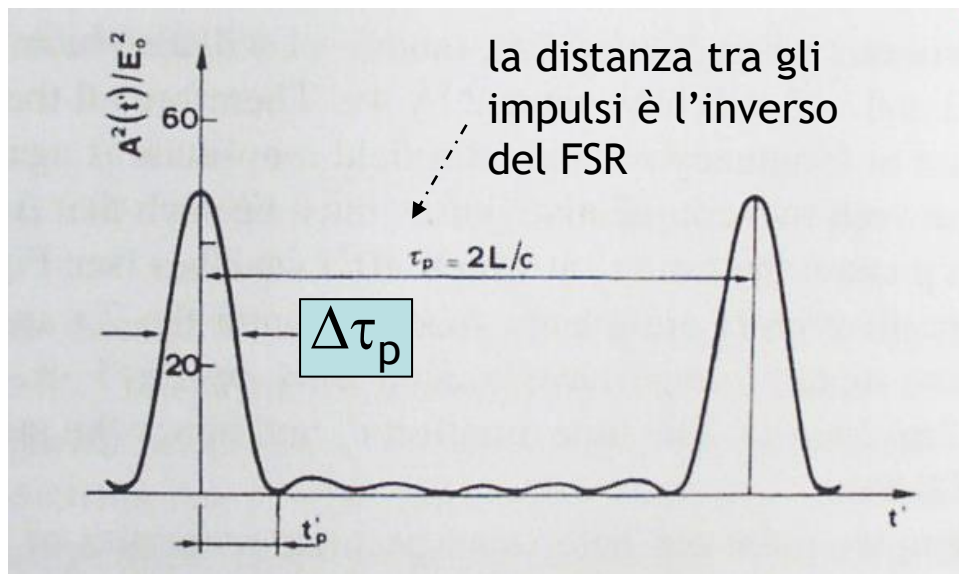
Nel dominio temporale
ottengo un andamento
irregolare



Cosa succede se impongo la stessa fase per tutti i modi?

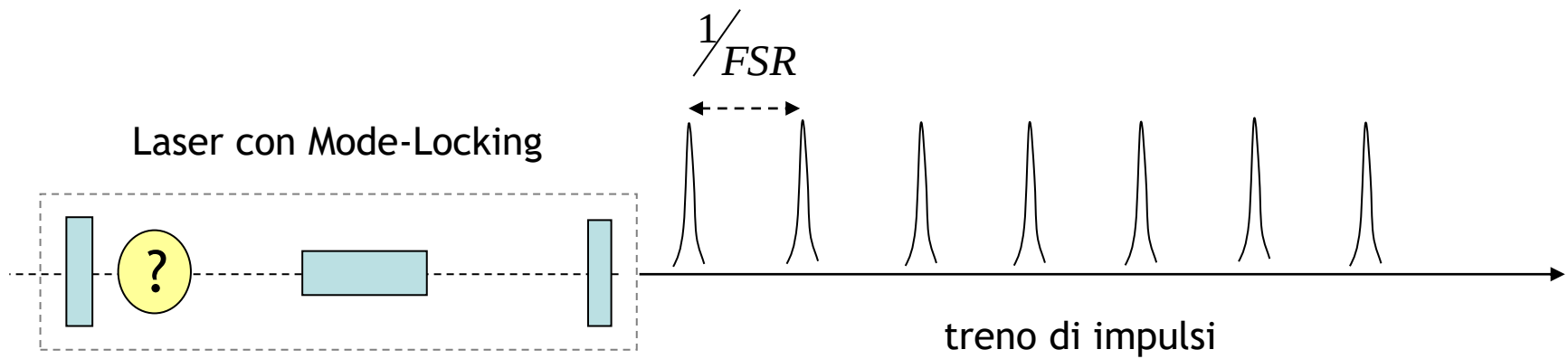
$$\varphi_l = 0 \quad \Rightarrow \quad E(t) = \sum_{l=-n}^n E_o e^{i(\omega_o + l \cdot \Delta\omega)t} = A(t) e^{i\omega_o t}$$

$$A(t) = \sum_{l=-n}^n E_o e^{il \cdot \Delta\omega t} = E_o \frac{\sin((2n+1)\Delta\omega \cdot t / 2)}{\sin(\Delta\omega \cdot t / 2)}$$

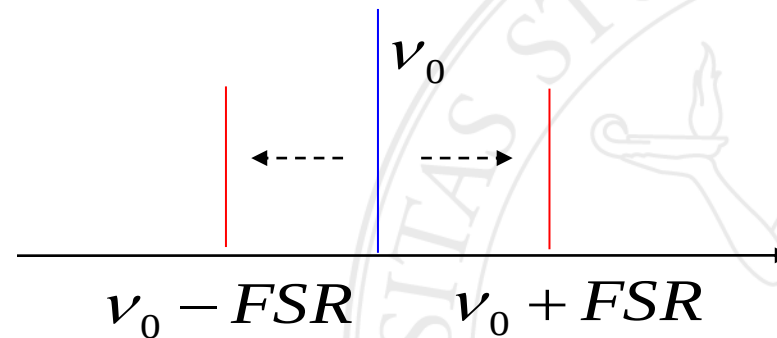


$$\begin{cases} \tau_p = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu} \\ \Delta\tau_p \cong \frac{2\pi}{(2n+1)\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu_L} \\ A(0)^2 = (2n+1)^2 E_o^2 \end{cases}$$





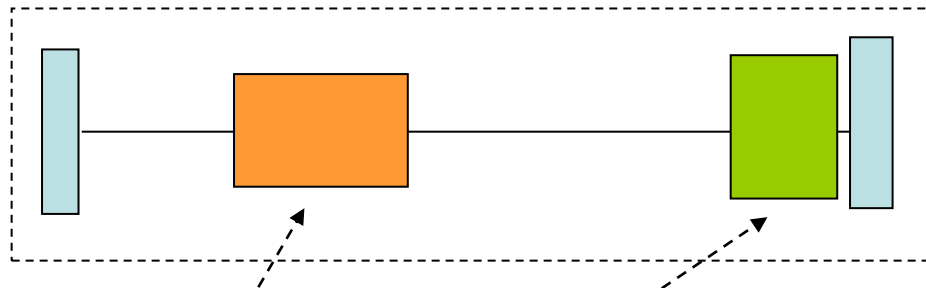
Per ottenere tanti modi con una fissata relazione di fase dobbiamo inserire nella cavità un qualcosa che partendo da un modo già presente forzi i suoi primi vicini a nascere con la stessa fase.



Si può ottenere ciò inserendo nella cavità un **modulatore attivo** o un **modulatore passivo**.

Mode locking con modulatore Attivo

Laser



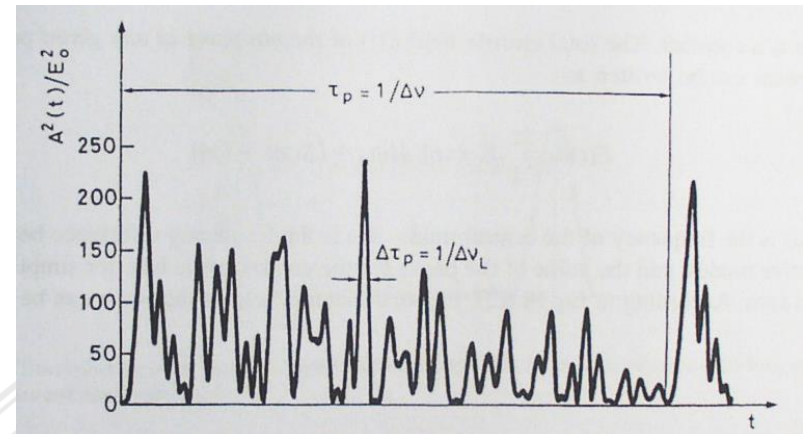
Mezzo attivo

Mode locker

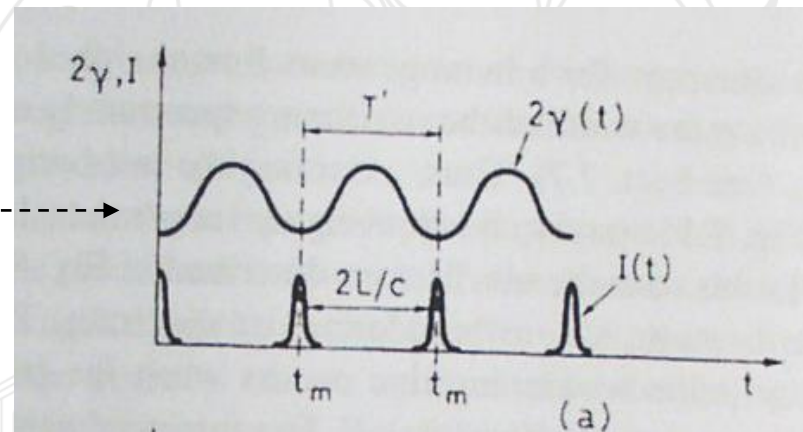
(il modulatore delle perdite è
un modulatore **acusto-ottico
risonante**)

Il mode locker introduce delle perdite modulate con un **periodo pari al round-trip della cavità**. L'impulso nasce sul minimo delle perdite e **ad ogni round-trip le sue code vengono abbassate**.

Situazione iniziale

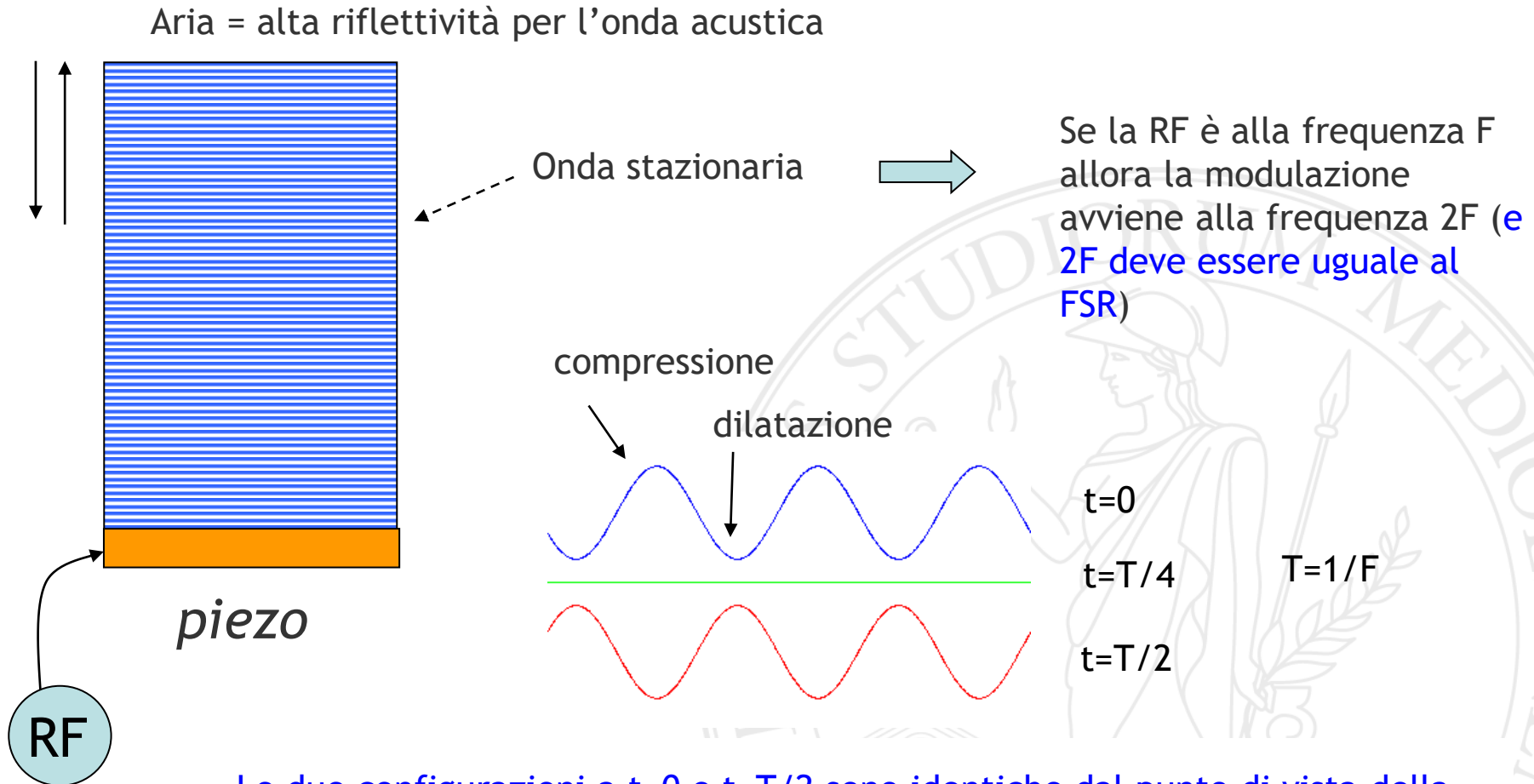


Dopo la messa in fase



Modulatore AO per il mode-locking

In questo caso la potenza inviata dal generatore RF è costante ma poichè si forma un'onda stazionaria abbiamo un'efficienza di diffrazione periodica con periodo pari a 2 volte la frequenza della RF



Le due configurazioni a $t=0$ e $t=T/2$ sono identiche dal punto di vista della diffrazione dell'onda ottica

Effetto del modulatore AO risonante su un modo della cavità

$$A_{in}(t) = \cos(\omega_o t)$$

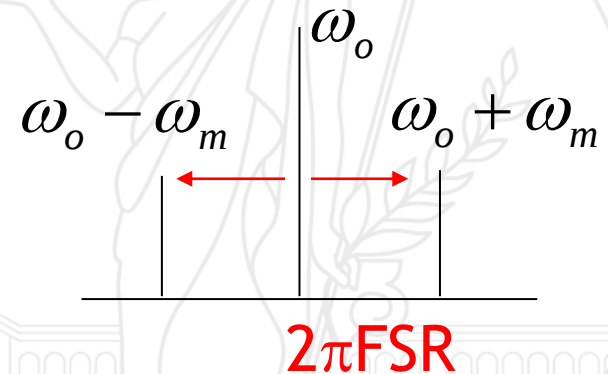
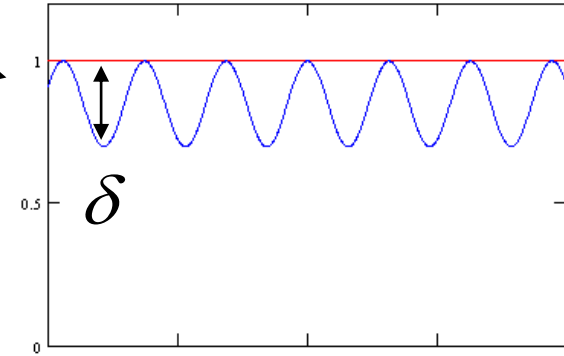
$$A_{out}(t) = A_{in}(t) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2} (1 - \cos(\omega_m t)) \right)$$



$$A_{out}(t) = \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) \cos(\omega_o t) + \frac{\delta}{4} \cos((\omega_o + \omega_m)t) + \frac{\delta}{4} \cos((\omega_o - \omega_m)t)$$

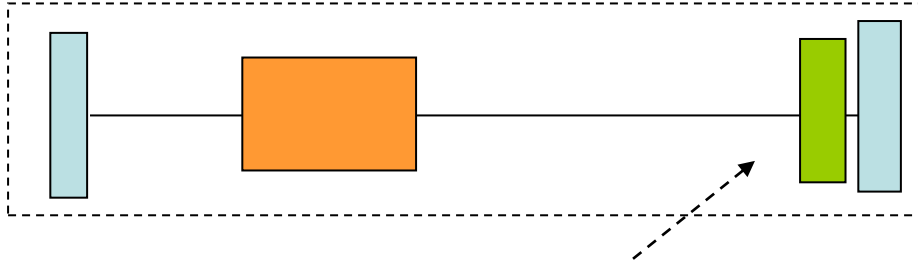
La modulazione stimola la formazione dei due modi laterali (se ω_m è uguale al $2\pi\text{FSR}$) rispetto ad un modo centrale con la stessa fase di questo.

M



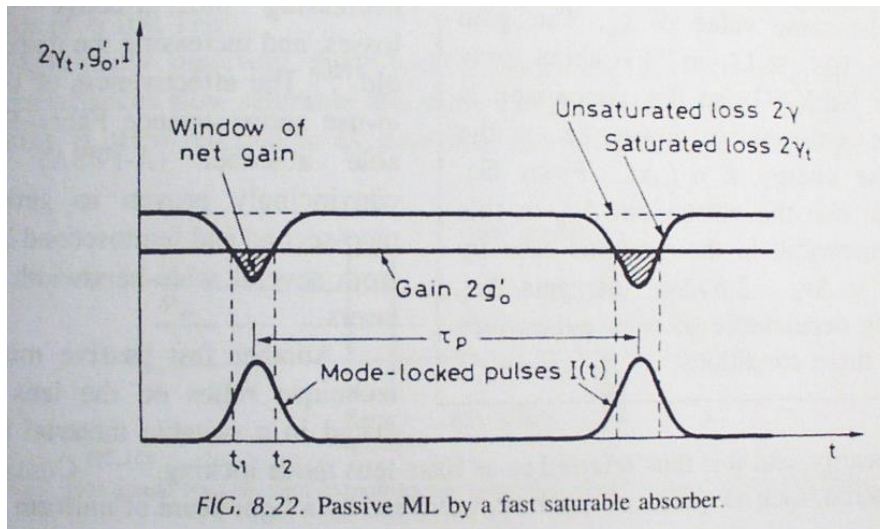
Mode locking con modulatore Passivo

Assorbitore saturabile



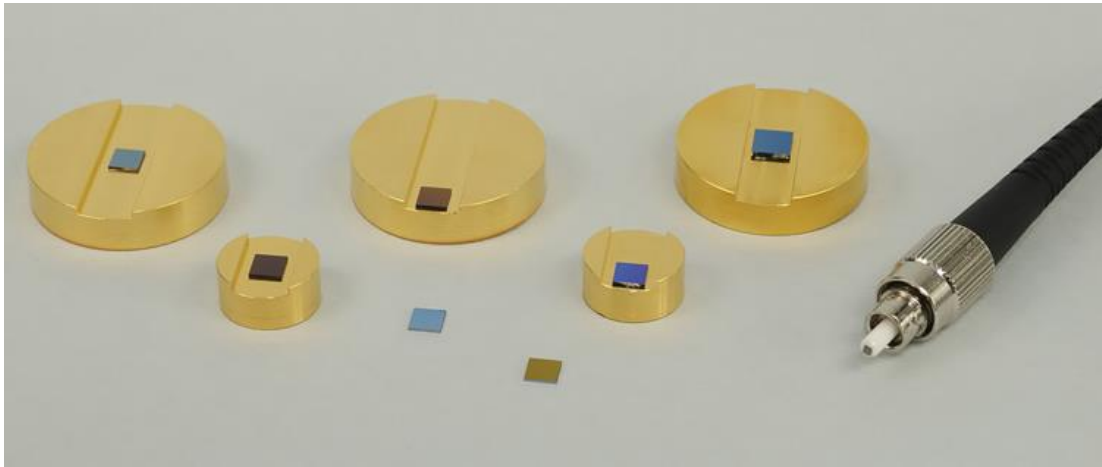
In generale è un oggetto che introduce maggiori perdite sulle basse intensità

Assorbitore saturabile (DYE, semiconduttore: SESAM)

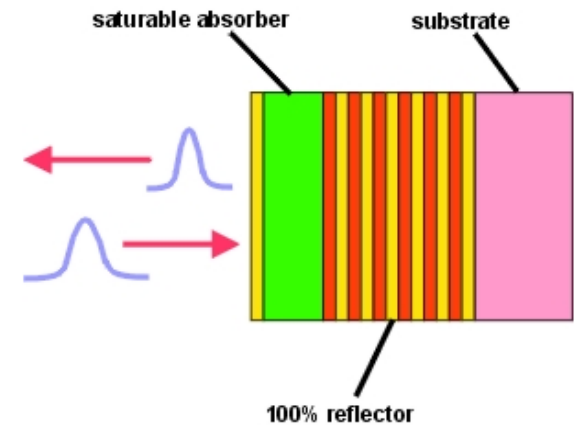


Nel dominio temporale l'assorbitore saturabile taglia le code dell'impulso perchè le perdite aumentano al diminuire della potenza

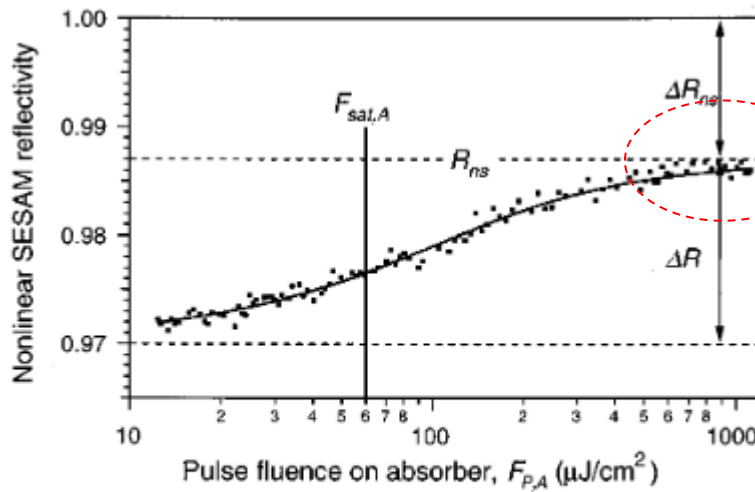
Assorbitore saturabile a semiconduttore: **SESAM**



Funziona in riflessione e viene messo al posto del riflettore posteriore della cavità



Tipico andamento della riflettività di un SESAM in funzione della fluensa



$$R_{SESAM} \approx 1 - \Delta R_{ns} - \Delta R \frac{F_{sat} A}{E_p}$$

area dello spot sul SESAM

energia dell'impulso

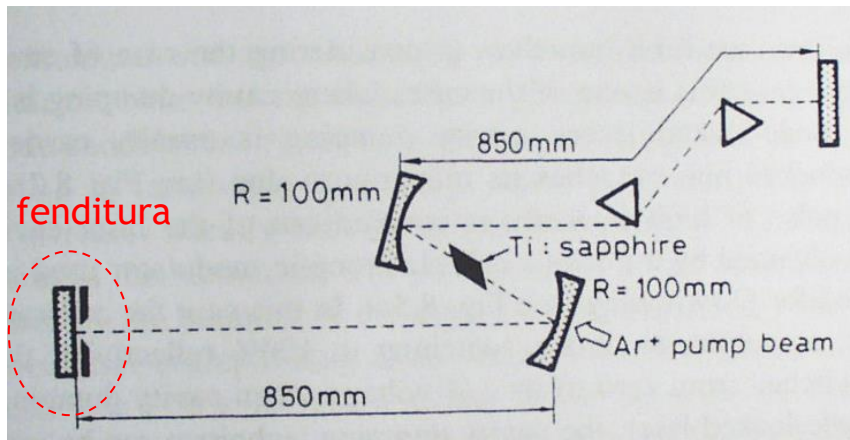
Fig. 2. Measured data (filled points) and fitted (solid) curve according to Eq. (8) for the nonlinear reflectivity $R(F_{P,A})$ at 1047 nm of a SESAM as a function of the pulse energy fluence $F_{P,A} = E_p / A_{eff,A}$. The SESAM parameters are $\Delta R = 1.7\%$, $F_{sat,A} = 60 \mu\text{J}/\text{cm}^2$, $R_{ns} = 98.7\%$, and $\Delta R_{ns} = 1.3\%$.

Modulatore passivo ad **effetto Kerr**

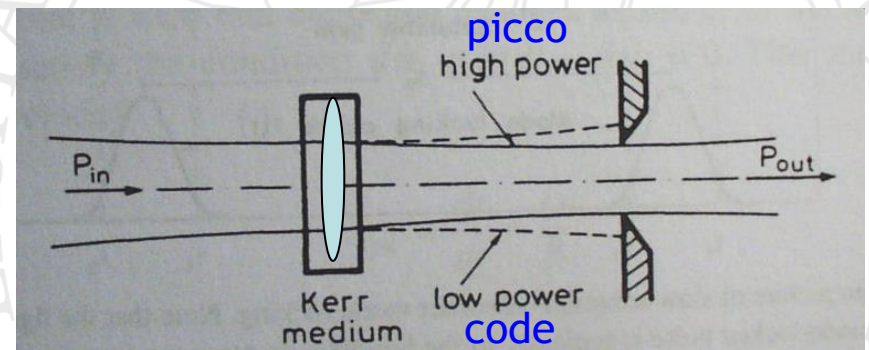
Il taglio delle code dell'impulso in questo caso avviene perchè il mezzo attivo (Ti:Sa) ha un'indice di rifrazione che aumenta (non linearità al 3° ordine) in funzione dell'intensità dell'impulso. Dunque la parte centrale (dal punto di vista temporale) e le code dell'impulso vengono focalizzate con due focali diverse. Per mezzo di una fenditura opportuna si può rimuovere energia dalle code che dal punto di vista spaziale sono più larghe.

Gli ordini di grandezza sono: lunghezza decine di fs, energia (dentro la cavità) decine di nJ, dimensione nel mezzo attivo decine di μm . Ovvero intensità maggiori di $10\text{GW}/\text{cm}^2$ (la soglia di danneggiamento rispetto all'intensità aumenta come la radice della lunghezza dell'impulso)

Kerr-lens mode locked laser

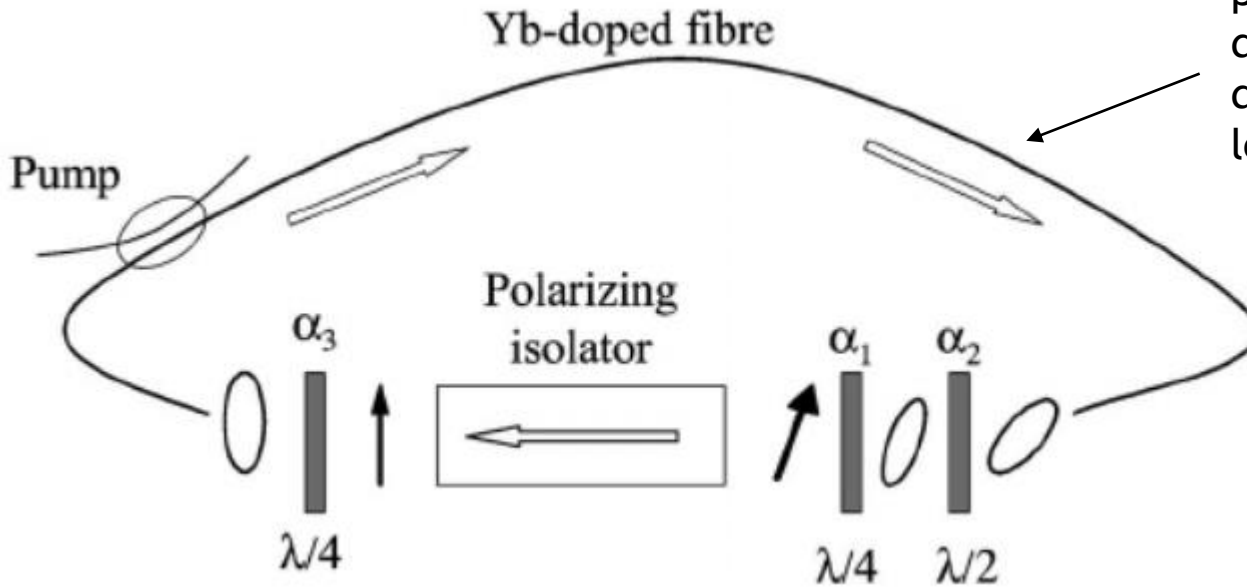


$$n = n_o + n_2 I$$



Modulatore passivo via NPR (nonlinear polarization rotation)

La rotazione della polarizzazione dipende dall'intensità e quindi è diversa per il picco e per le code



$$\frac{\partial A_x}{\partial z} = gA_x - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A_x}{\partial t^3} + i\gamma(|A_x|^2 + \frac{2}{3}|A_y|^2)A_x,$$

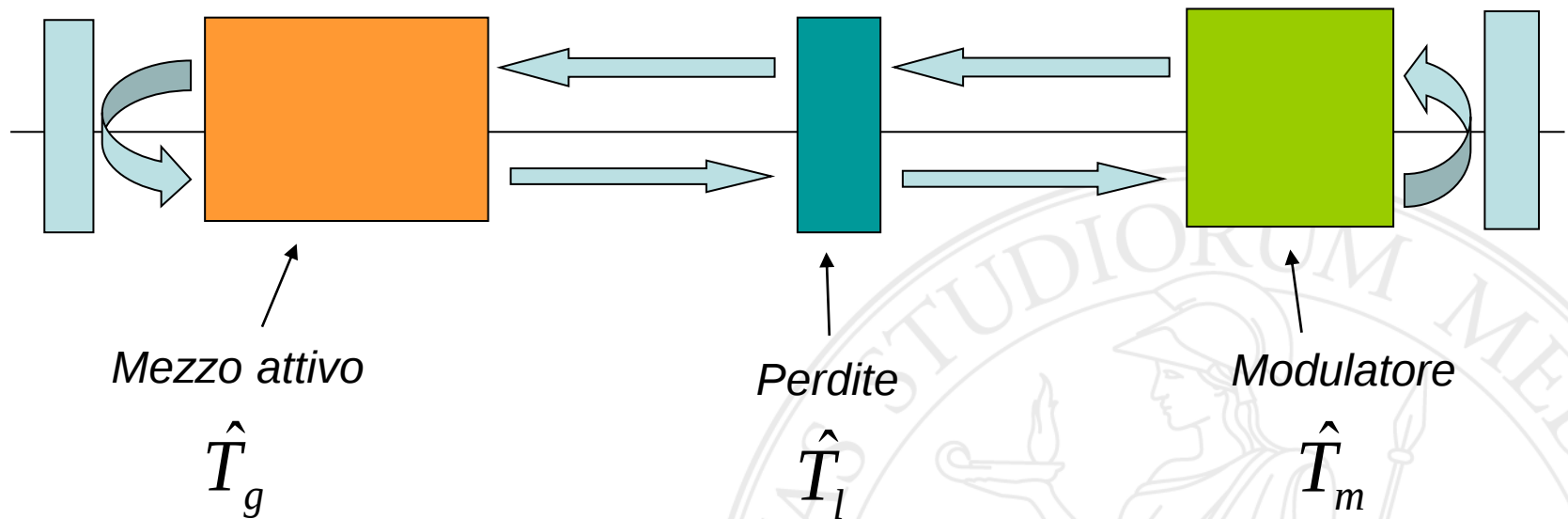
$$\frac{\partial A_y}{\partial z} = gA_y - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A_y}{\partial t^3} + i\gamma(|A_y|^2 + \frac{2}{3}|A_x|^2)A_y.$$

$$P_{NL_i} = 2\epsilon_0 d_{ijkl} E_j E_k E_l$$

Nonlinearità del 3° ordine

Teoria di Kuizenga-Siegman

Vogliamo ricavare il profilo temporale dell'impulso. Quindi dobbiamo scrivere gli operatori associati a tutti gli elementi ottici della cavità e trovare gli autostati dell'equazione risultante.



campo elettrico $\rightarrow E(t) = A(t)e^{-i\omega_o t}$ $\leftarrow$ portante

$\leftarrow$ ampiezza complessa

condizione di ciclicità $\rightarrow$

$$\hat{T}_m \hat{T}_l \hat{T}_g A(t) = A(t)$$



Operatore associato al mezzo attivo

$$\hat{T}_g$$

Singolo passaggio

Inizio a scrivere l'equazione nel dominio
spettrale

$$I_{out}(\omega) = G(\omega) \cdot I_{in}(\omega)$$

$$G(\omega) = e^{g(\omega)} = e^{\sigma(\omega)Nl}$$

$$g(\omega) = \frac{g_o}{1 + \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega}\right)^2} \approx g_o \left(1 - \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega}\right)^2\right)$$

Considero una larghezza di riga lorentziana e la sviluppo rispetto al centro. Quindi dico che il contenuto spettrale dell'impulso sarà più piccolo rispetto alla larghezza di riga. Questo è ciò che tipicamente si ottiene.

$$G(\omega) \approx e^{g_o} e^{-g_o \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega}\right)^2}$$

Notare che il guadagno sulle code spettrali è minore e dunque il mezzo attivo tende ad abbassare le code rispetto al picco nel dominio spettrale



Se considero l'ampiezza del campo ottengo:

$$A_{out}(\omega) = \sqrt{G(\omega)} A_{in}(\omega) \quad \sqrt{G(\omega)} \approx e^{\frac{g_o}{2}} e^{-\frac{g_o}{2} \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega} \right)^2} = t_g$$

Inoltre devo considerare che l'impulso passa due volte nel mezzo attivo (cavità lineare):

Doppio passaggio


$$t_g^2 = e^{g_o} e^{-g_o \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega} \right)^2} \approx (1 + g_o) \left(1 - g_o \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega} \right)^2 \right)$$

Ed eliminando il pezzo con g_o^2 ottengo:

$$t_g^2 \approx 1 + g_o \left(1 - \left(\frac{2\omega}{\Delta\omega} \right)^2 \right)$$



Adesso devo passare dal dominio spettrale a quello temporale per mezzo delle proprietà della trasformata di Fourier:

$$t_g^2 = 1 + g_o \left(1 - \left(\frac{2}{\Delta\omega} \right)^2 \omega^2 \right)$$

$$\downarrow \quad -\omega^2 \rightarrow \frac{d^2}{dt^2}$$

$$\hat{T}_g = 1 + g_o \left(1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right)$$

Questo è l'operatore da associare al mezzo attivo nel caso di doppio passaggio nel dominio temporale. **Notare che il mezzo attivo tende ad allungare l'impulso.**



Operatore associato alle perdite

$$\hat{T}_l$$

In questo caso conviene scrivere subito l'operatore nel dominio temporale:

$$I_{out}(t) = e^{-2\delta} I_{in}(t)$$

$$A_{out}(t) = e^{-\delta} A_{in}(t) \approx (1 - \delta) A_{in}(t)$$

$$\hat{T}_l = 1 - \delta$$

Notare il fatto che gli operatori sono scritti per le ampiezze e quindi c'è un fattore 2 da considerare quando si passa alle perdite relative all'intensità o all'energia.



Operatore associato al modulatore attivo

$$\hat{T}_m$$

Riscrivo la modulazione già introdotta a pg. 15 nel dominio temporale

$$A_{out}(t) = A_{in}(t) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2} (1 - \cos(\omega_m t)) \right) \approx$$

$$A_{in}(t) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2} \left(1 - 1 + \frac{1}{2} (\omega_m t)^2 \right) \right) = A_{in}(t) \cdot \left(1 - \frac{\delta}{4} (\omega_m t)^2 \right)$$

$$\hat{T}_m = \left(1 - \frac{\delta}{4} (\omega_m t)^2 \right)^2 \approx 1 - \frac{\delta}{2} (\omega_m t)^2$$

doppio
passaggio

$$\hat{T}_m = 1 - \frac{\delta}{2} (\omega_m t)^2$$

Ovviamente il modulatore abbassa le code nel dominio temporale



Equazione per il mode locking attivo

$$\hat{T}_m \hat{T}_l \hat{T}_g A(t) = A(t)$$

$$\hat{T}_m \hat{T}_l \hat{T}_g = \left(1 + g_o \left(1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right) \right) (1 - \delta) \left(1 - \frac{\delta}{2} (\omega_m t)^2 \right) \approx$$

$$1 + g_o \left(1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right) - \delta - \frac{\delta}{2} (\omega_m t)^2$$

prendo solo i pezzi al primo ordine (in questo caso gli operatori commutano)

$$\left\{ g_o \left(1 + \left(\frac{2}{\Delta\omega} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \right) - \delta - \frac{\delta}{2} (\omega_m t)^2 \right\} A(t) = 0$$

Notare che questa è l'equazione di un oscillatore armonico quantistico con t al posto di x e con $A(t)$ al posto della funzione d'onda. Quindi conosciamo la soluzione.



Gli autostati sono:

$$A_n(t) = H_n(\omega_p t) e^{-\frac{\omega_p^2 t^2}{2}}$$

polinomi di Hermite

$$\omega_p = \left(\frac{\delta}{2g_o} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{\omega_m \Delta \omega}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

con la
seguente
condizione
di bilancio
energetico

$$g_0 - \delta = g_0 \frac{2\omega_p^2}{\Delta \omega^2} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

La larghezza a metà altezza dell'impulso gaussiano (stato fondamentale) considerando l'intensità è:

$$\Delta \tau_p = \left(\frac{2\sqrt{2} \ln 2}{\pi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{g_o}{\delta} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{\nu_m \Delta \nu} \right)^{\frac{1}{2}} \approx \frac{0.45}{\sqrt{\nu_m \Delta \nu}}$$

Come era prevedibile la lunghezza dell'impulso è tanto più breve quanto più è grande la larghezza di riga. Inoltre gli stati eccitati con n maggiore di 0 decadono a causa della presenza dei termini di ordine superiore.



Condizione per ottenere Mode-Locking stabile nel caso passivo:

Se la potenza media contenuta nella cavità aumenta (ad esempio un aumento della potenza dovuta alle fluttuazioni di rilassamento) le perdite dell'assorbitore diminuiscono e ciò contribuisce a far aumentare ulteriormente la potenza. Questo processo può crescere esponenzialmente e generare un impulso di Q-switch con all'interno un treno di impulsi di Mode-Locking.

Sia quando si vuole lavorare in regime di ML stabile sia quando si vuole lavorare in regime di Qs-ML è fondamentale conoscere la condizione per cui si ha ML stabile.

Per ottenere questa condizione si devono linearizzare le equazioni del laser (come abbiamo fatto per trovare le oscillazioni di rilassamento) aggiungendo le perdite dell'assorbitore:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = R - B_o \phi N - \frac{1}{\tau} N \\ \frac{d\phi}{dt} = V_o B_o \phi N - \frac{1}{\tau'_c} \phi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dN}{dt} = R - B_o \phi N - \frac{1}{\tau} N \\ \frac{d\phi}{dt} = V_o B_o \phi N - \frac{1}{\tau_c} \phi - \frac{1}{T_{RT}} q_A(\phi) \phi \end{cases}$$

Ricordare che: $\frac{1}{\tau_c} = \frac{c}{L_{eff}} \left(\frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 \right) = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$ $\gamma_1 \stackrel{df}{=} -\ln(1-T)$ $\gamma_2 \stackrel{df}{=} -\ln(1-\Delta)$



Senza il nuovo termine dopo la linearizzazione ottenevo:

$$\frac{d^2 \delta \phi}{dt^2} + \frac{2}{t_o} \frac{d\delta \phi}{dt} + \omega^2 \delta \phi = 0$$

$$\begin{cases} t_o^{df} = \frac{2\tau}{x} \\ \omega^{df} = \sqrt{\frac{x-1}{\tau_c \tau}} \end{cases}$$

Per trovare la nuova equazione scrivo prima esplicitamente q_A :

La riflettività dell'assorbitore saturabile è:

$$R_{SESAM} \approx 1 - \Delta R_{ns} - \Delta R \frac{F_{sat} A}{E_p} = 1 - \Delta R_{ns} - \Delta R \frac{F_{sat} A}{E_{p0} + \delta E_p}$$

Quindi le perdite sono:

$$q_A(\phi) = 1 - R_{SESAM} = q_0 + q(\delta \phi)$$

Questa parte è funzione della variazione dell'energia dell'impulso e andrà ad aggiungersi al termine di attrito ma con segno opposto.

E' una perdita aggiuntiva che andrà semplicemente a diminuire τ_c



Linearizzo le equazioni con il termine aggiuntivo e poi le disaccoppio:

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = R - B_0 \phi N - \frac{1}{\tau} N \\ \frac{d\phi}{dt} = V_a B_0 \phi N - \frac{1}{\tau_c} \phi - \frac{q_A}{\tau_{RT}} \phi \end{cases} \quad \begin{cases} N = N_0 + \delta N \\ \phi = \phi_0 + \delta \phi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d\delta N}{dt} = -B_0 \phi_0 \delta N - B_0 N_0 \delta \phi - \frac{1}{\tau} \delta N \\ \frac{d\delta \phi}{dt} = V_a B_0 N_0 \delta \phi + V_a B_0 \phi_0 \delta N - \frac{1}{\tau_c} \delta \phi - \underbrace{\frac{q_A(\phi_0 + \delta \phi)}{\tau_{RT}} (\phi_0 + \delta \phi)}_{-\frac{1}{\tau_c} \delta \phi - \frac{q_A(\phi_0)}{\tau_{RT}} \phi_0 - \frac{\phi_0}{\tau_{RT}} \frac{dq_A}{d\phi} \bigg|_{\phi_0} \delta \phi - \frac{q_A(\phi_0)}{\tau_{RT}} \delta \phi} \end{cases}$$

↓

$$\frac{d\delta \phi}{dt} = V_a B_0 N_0 \delta \phi + V_a B_0 \phi_0 \delta N - \frac{1}{\tau_c} \delta \phi - \frac{q_A(\phi_0)}{\tau_{RT}} \delta \phi - \frac{\phi_0}{\tau_{RT}} \frac{dq_A}{d\phi} \bigg|_{\phi_0} \delta \phi$$



$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -\left(B_0 \phi_0 + \frac{1}{\epsilon}\right) \omega - B_0 \omega_0 \phi \\ \frac{d\phi}{dt} = v_a B_0 \phi_0 \omega - \frac{1}{\tau_{RT}} \frac{d\phi_A}{d\phi} \Big|_{\phi_0} \phi \end{cases}$$

$\Downarrow \tilde{F}$

$$\begin{cases} i\omega \tilde{\omega} = -\left(B_0 \phi_0 + \frac{1}{\epsilon}\right) \tilde{\omega} - B_0 \omega_0 \tilde{\phi} \\ i\omega \tilde{\phi} = v_a B_0 \phi_0 \tilde{\omega} - \frac{1}{\tau_{RT}} \frac{d\phi_A}{d\phi} \Big|_{\phi_0} \tilde{\phi} \end{cases} \Rightarrow \tilde{\omega} = \frac{-B_0 \omega_0 \tilde{\phi}}{i\omega + \left(B_0 \phi_0 + \frac{1}{\epsilon}\right)}$$

$$\Rightarrow \left[(\Omega^2 - \omega^2) + i\omega \gamma \right] \tilde{\phi} = 0$$

da cui:

$$\gamma = \gamma_{old} + \frac{1}{\tau_{RT}} \frac{d\phi_A}{d\phi} \Big|_{\phi_0}$$



Il problema è che la derivata delle perdite dell'assorbitore è negativa e quindi può introdurre una soluzione divergente (innesca l'impulso di Qs)

Ovvero, l'assorbitore saturabile non si oppone ad una fluttuazione positiva dell'energia dell'impulso ma anzi la asseconda perché l'assorbimento diminuisce all'aumentare dell'energia. Quindi il termine dell'assorbitore non è un attrito ma rappresenta un termine di guadagno per la fluttuazione.

Quindi se il guadagno dell'assorbitore domina sull'attrito si ha la formazione di un impulso di QS e il laser funziona contemporaneamente in ML e in QS.

Dunque la condizione per avere ML stabile è:

$$\left| \frac{dq_A}{d\phi} \right| \phi_0 < \frac{2}{t_o} T_{RT}$$

Che posso riscrivere con l'energia dell'impulso in modo ovvio:

$$\left| \frac{dq_A}{dE_p} \right| E_p < 2 \frac{T_{RT}}{t_o}$$



Adesso la devo riscrivere in modo più esplicito:

$$t_o \stackrel{df}{=} \frac{2\tau}{x} \quad \text{e x lo ricavo da:} \quad \frac{E_p}{h\nu} = \phi = \frac{L_{eff} S}{\tau \sigma c} (x-1) \quad \text{Lezione 1}$$

Sostituendo ottengo:

$$\left| \frac{dq}{dE_p} \right| E_p < \frac{T_{RT}}{\tau} + \frac{E_p}{E_{sat,L}} \quad \text{dove} \quad E_{sat,L} = S \cdot \frac{h\nu}{2\sigma}$$

Nel caso del SESAM (vedi pg. 17) poichè ho:

$$1 - q_A = R_{SESAM} \approx 1 - \Delta R_{ns} - \Delta R \frac{F_{sat} A}{E_p} \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{dq}{dE_p} \right| = \Delta R \frac{F_{sat} A}{E_p^2}$$



E quindi la condizione diventa:

$$\Delta R \frac{E_{sat,A}}{E_p} < \frac{T_{RT}}{\tau} + \frac{E_p}{E_{sat,L}} \quad \text{dove:} \quad E_{sat,A} = F_{sat} A$$

E approssimativamente si può scrivere:

$$\Delta R \frac{E_{sat,A}}{E_p} < \frac{E_p}{E_{sat,L}}$$

Ricordare che questa è l'energia dell'impulso all'interno della cavità.
Nota: questa condizione è praticamente impossibile da ottenere nel caso di un Nd:YAG con diametro di 1mm circa...

Ovvero:

$$E_p^2 > \Delta R \cdot E_{sat,A} E_{sat,L}$$

In sostanza non si forma un impulso di Q_s se l'assorbitore e il mezzo attivo sono ben saturati, ovvero non rispondono alla sollecitazione

Misura della lunghezza dell'impulso

Autocorrelatore: genero due repliche dell'impulso e le mando su un cristallo non lineare. Prendo l'intensità della seconda armonica in funzione del delay-time tra le repliche.

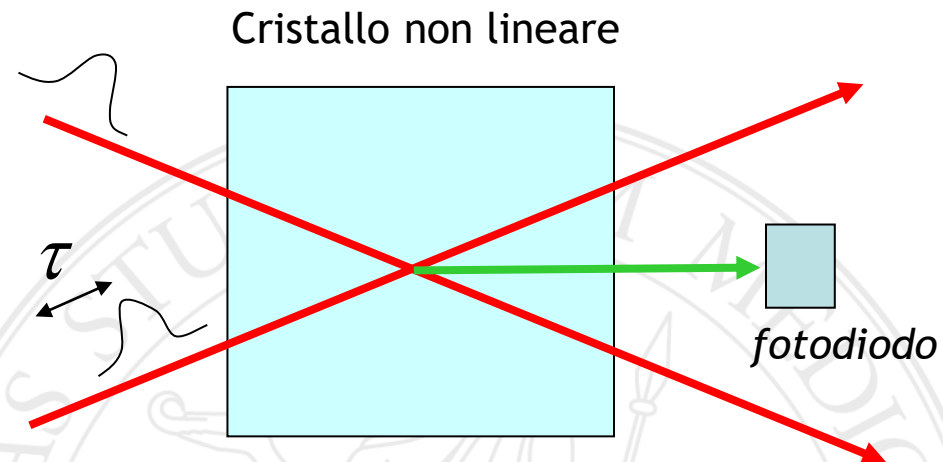
Nella generazione di seconda armonica due fotoni alla frequenza ω vengono distrutti e viene creato un fotone alla frequenza 2ω . L'intensità della seconda armonica è proporzionale al quadrato della prima:

$$I_{2\omega}(t, \tau) \propto I_{\omega}(t)I_{\omega}(t + \tau)$$

I tempi di risposta del fotodiodo sono molto più lunghi della lunghezza dell'impulso, quindi il segnale del fotodiodo è proporzionale all'integrale nel tempo dell'impulso di seconda armonica:

Quindi la tensione all'uscita del rivelatore è:

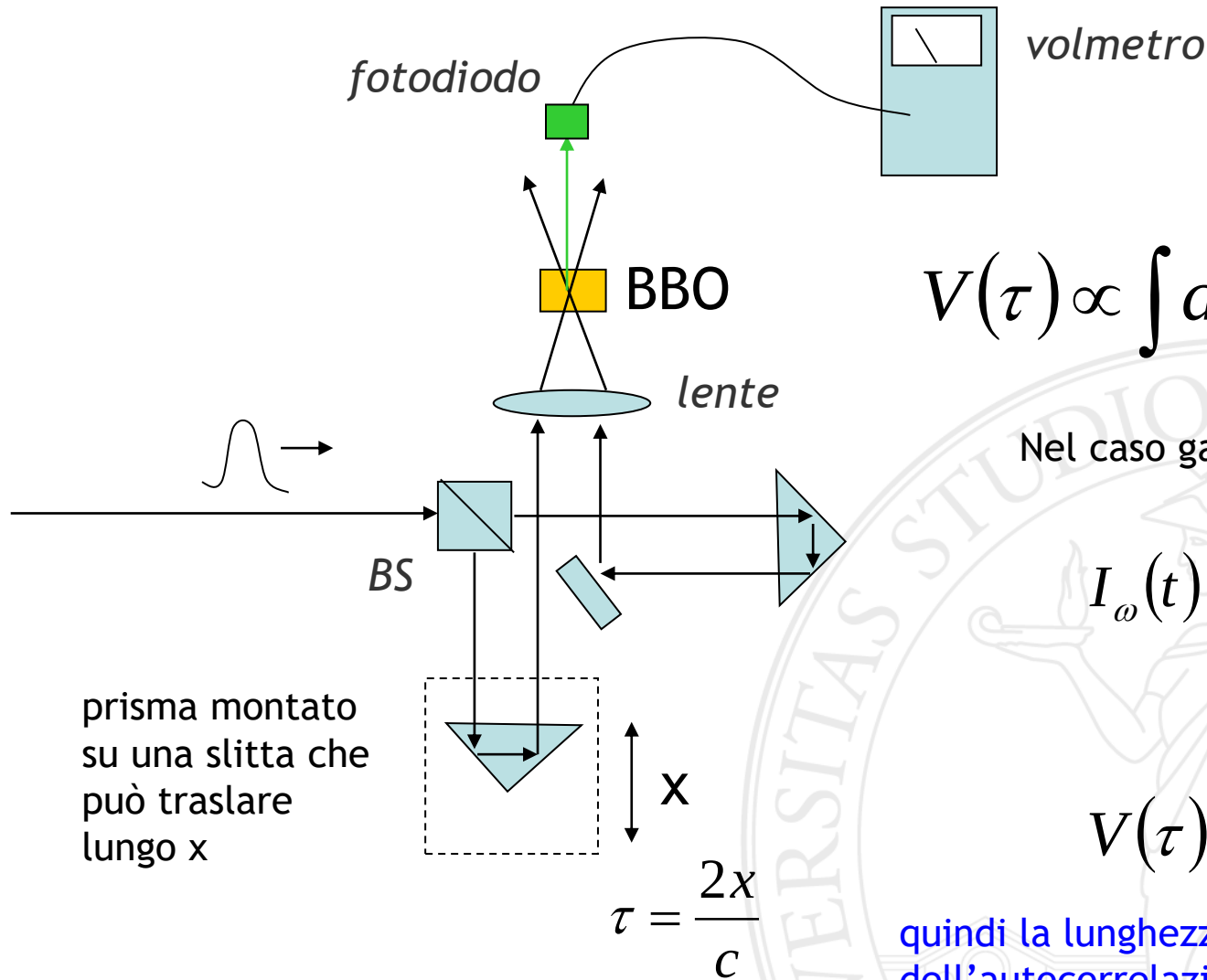
$$V(\tau) \propto \int dt I_{\omega}(t)I_{\omega}(t + \tau)$$



Nota: in questo caso devo ottenere il phase-matching del caso non collineare

Nota: se τ è maggiore della lunghezza degli impulsi non genero seconda armonica

Esempio di schema di un autocorrelatore (senza riflesso verso il laser)



Nota: la lunghezza dell'impulso in generale non è uguale all'inverso della larghezza spettrale perchè l'impulso può avere un contenuto in fase. Per questo non può essere usato un interferometro per misurarne la lunghezza.

Esempio: calcolare la lunghezza di un impulso con la seguente ampiezza spettrale

$$A(\omega) = A_0 e^{-\frac{\omega^2}{\Delta^2}} e^{i\frac{1}{2}\beta\omega^2}$$

Questo impulso ha uno spettro gaussiano ma in più ha una fase spettrale parabolica, quando si passa al dominio temporale la fase contribuisce alla lunghezza dell'impulso. Questo non è un esempio astratto, infatti un impulso acquista questo termine di fase quando attraversa un qualsiasi materiale. Intuitivamente l'allungamento dell'impulso è dovuto al fatto che frequenze diverse viaggiano a velocità diverse con un delay time pari a:

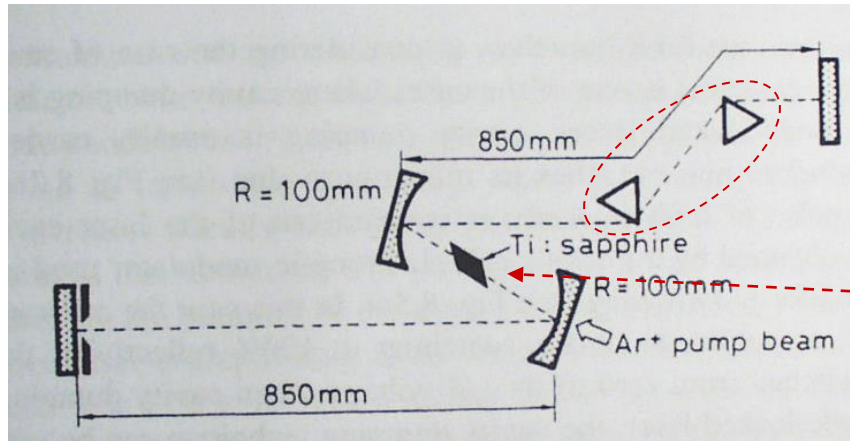
$$\tau(\omega) = \frac{d}{d\omega} \phi(\omega) = \beta\omega$$

analogo della frequenza istantanea

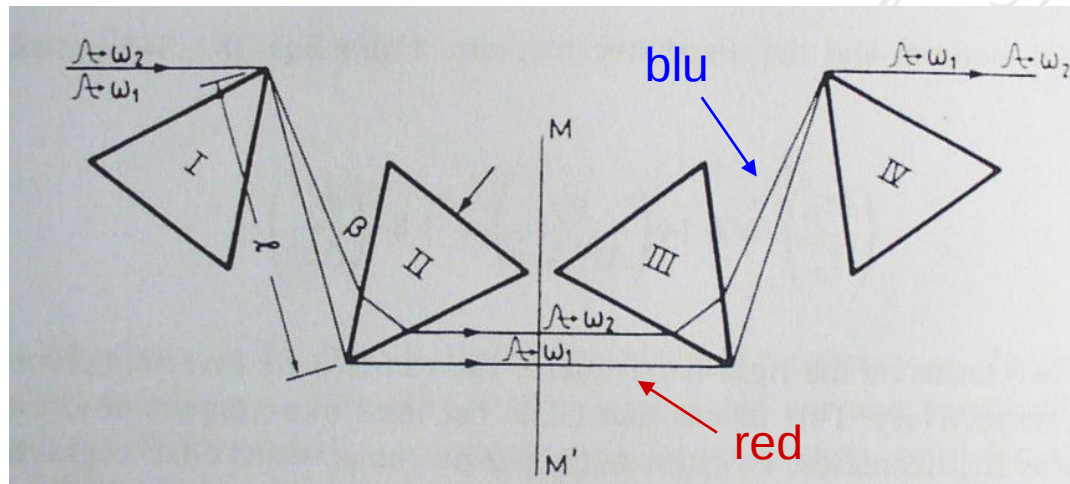
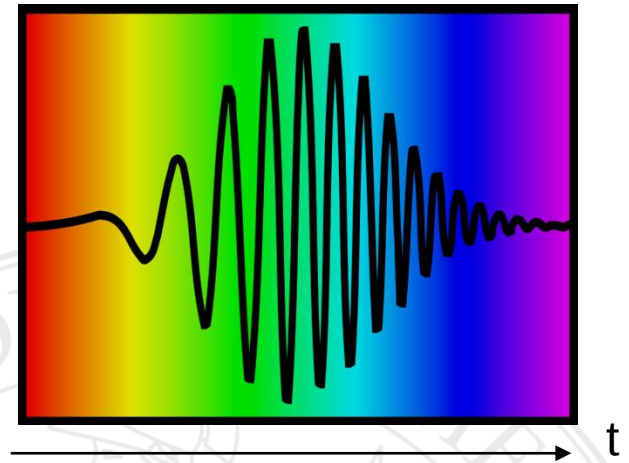


Compensazione della dispersione

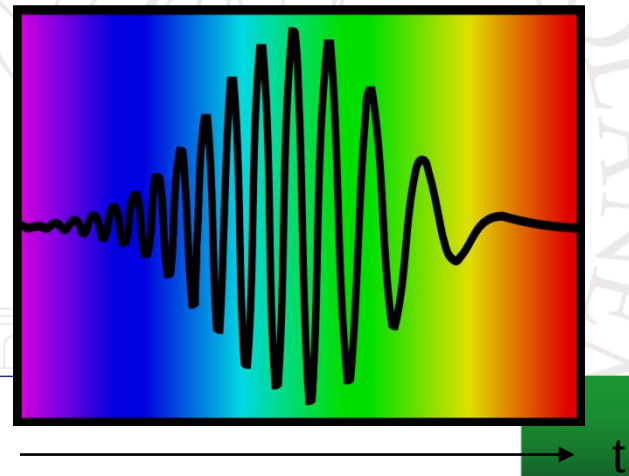
Quando l'impulso attraversa il mezzo attivo acquista questo termine di fase parabolico e ciò impedisce di ottenere impulsi brevissimi (sotto i 100fs). Per evitare questo si può aggiungere alla cavità un compressor a prismi:



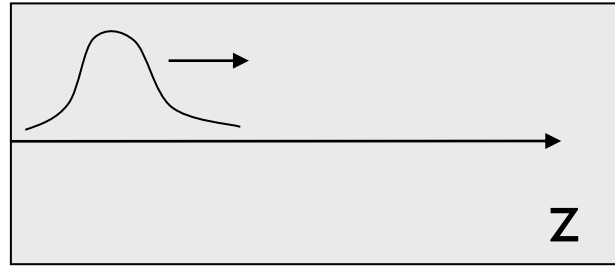
Materia: dispersione positiva



Compressor a prismi:
dispersione negativa



Per completare l'argomento possiamo scrivere la propagazione di un impulso qualsiasi all'interno di un materiale:



$$z=0$$

All'inizio l'impulso ha un'ampiezza spettrale qualsiasi $A(\omega)$, dopo una propagazione z all'interno del materiale otteniamo:

$$E(t, z) = \int A(\omega') e^{-i\omega't + ik(\omega')z} d\omega'$$

Ovvero, il campo è dato dal contributo (integrale) di tutte le frequenze con le relative propagazioni spaziali. Adesso mi conviene sviluppare k rispetto alla frequenza centrale:



$$E(t, z) = e^{-i\omega_0 t} \int \tilde{A}(\omega) e^{-i\omega t + ik(\omega_0 + \omega)z} d\omega \approx$$

$$\approx e^{-i\omega_0 t + ik_0 z} \int \tilde{A}(\omega) e^{-i\omega t + i \frac{dk}{d\omega} \omega z + i \frac{1}{2} \frac{d^2 k}{d\omega^2} \omega^2 z} d\omega$$

ω è lo shift rispetto alla portante

Termine lineare: traslazione alla velocità di gruppo dell'impulso (vedi proprietà della trasformata)

$$V_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Termine parabolico: dispersione

$$\beta = \frac{d^2 k}{d\omega^2} z$$

Notare che:

$$\frac{1}{V_g} = \frac{dk}{d\omega} = \frac{d\lambda}{d\omega} \frac{dk}{d\lambda} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{2\pi}{\lambda} n(\lambda) \right) = \frac{n}{c} - \frac{\lambda}{c} \frac{dn}{d\lambda}$$

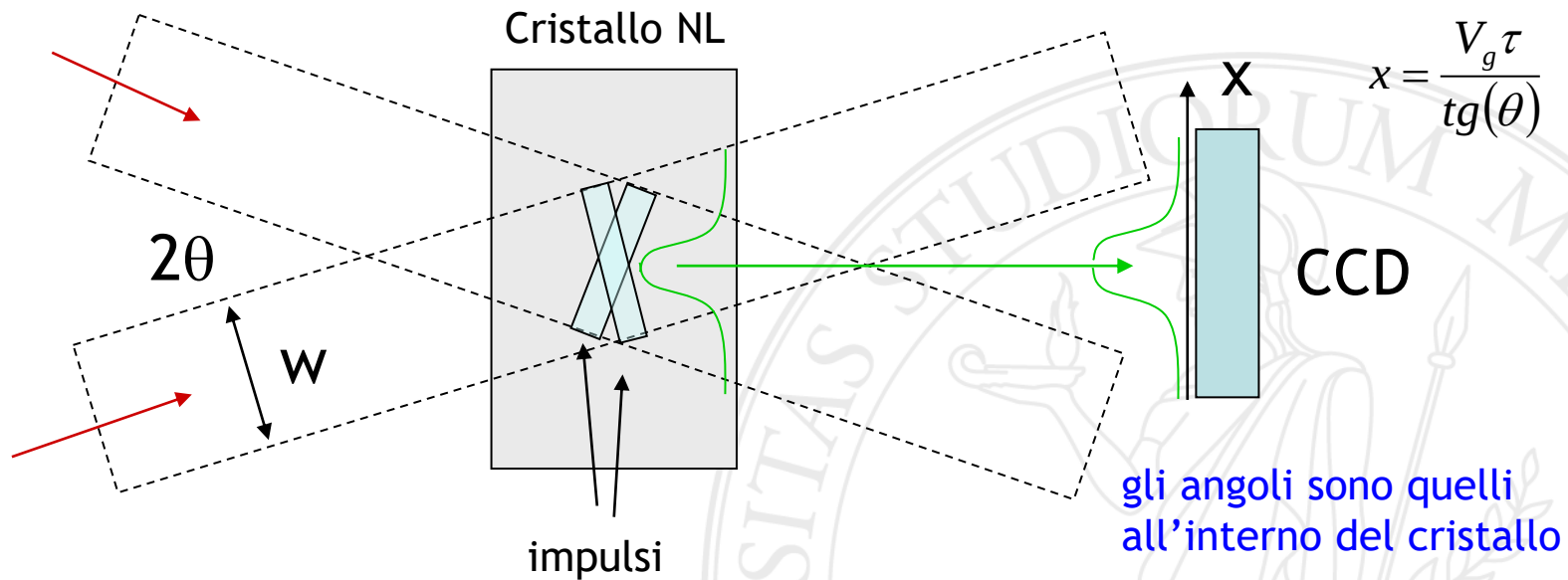
Poichè la derivata di n rispetto a λ è negativa la velocità di gruppo è sempre minore della velocità di fase (dispersione normale)



Varie:

L'autocorrelatore funziona solo se abbiamo infinite copie dell'impulso e se cambiamo il delay time durante la misura per mezzo di un dispositivo meccanico. E' possibile però ottenere l'intera curva di autocorrelazione con un singolo impulso e senza muovere la slitta.

Autocorrelatore a singolo impulso: considerare che $1\text{ps} = 0.3\text{mm}$ in aria



Il profilo trasverso della seconda armonica è esattamente il profilo della curva di autocorrelazione. Per fare in modo che la curva di autocorrelazione possa stare dentro la larghezza del fascio deve essere:

Esempio amplificatore (CPA) per impulsi al fs: prima di essere amplificato l'impulso viene allargato con uno stretcher. Poi passa in un amplificatore rigenerativo ovvero una cavità dove l'impulso passa tante volte nel mezzo attivo. Poi passa in un amplificatore multipasso di potenza. Infine l'impulso viene riportato alla lunghezza iniziale con un compressor.

