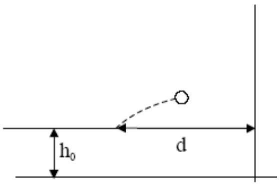
I PROVA IN ITINERE – CORSO DI LAUREA CTF – 06/04/2009

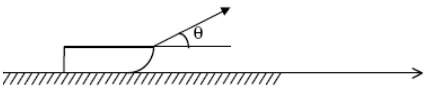
ESERCIZIO 1

Una palla è lanciata in avanti e verso l'alto da una quota h_0 sopra il suolo con velocità iniziale v_0. La palla rimbalza elasticamente (invertendo la componente orizzontale della velocità e mantenendo inalterata quella verticale) su un muro verticale posto alla distanza d dal lanciatore. A quale altezza h dal suolo la palla colpisce il muro? A quale altezza h' si trova la palla quando è di nuovo sulla verticale del lanciatore (che rimane fermo)? [h_0 = 2 m; d = 4 m; v_{0x}=10 m/s ; v_{0y}=10 m/s]



ESERCIZIO 2

Un uomo tira una slitta, inizialmente ferma, su cui siedono due bambini, sul suolo coperto di neve. La slitta viene tirata mediante una fune che forma un angolo θ con l'orizzontale (vedi figura). La massa totale dei bambini è M, mentre quella della slitta è m. Il coefficiente di attrito statico è μ_s, mentre il coefficiente di attrito dinamico è μ_d. Si trovino le forze di attrito statico e dinamico esercitate dal suolo sulla slitta e l'accelerazione del sistema slitta-bambini se la tensione T della fune ha l'intensità: T = 100 N. [θ=40° ; M = 45 kg; m = 5 kg; μ_s = 0,20; μ_d = 0,15]



ESERCIZIO 3

Due masse m_1 ed m_2 giacciono su un piano senza attrito e vengono spinte da una forza applicata dall'esterno $\boldsymbol{F_1}$, che si esercita sulla massa m_1 (Fig. 1). Si determinino intensità e direzione di ciascuna delle forze di interazione tra m_1 ed m_2. Supponendo che venga eliminata la forza $\boldsymbol{F_1}$ e che sulla massa m_2 agisca la forza applicata dall'esterno $\boldsymbol{F_2} = -\boldsymbol{F_1}$ (Fig. 2), si determinino intensità e direzione di ciascuna delle forze di interazione in quest'ultimo caso. [F_1 = 12 N; m_1 = 4 kg ; m_2 = 2 kg; F_2 = 12 N]

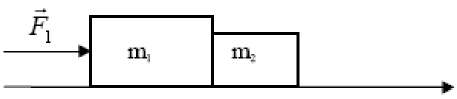


Fig.1

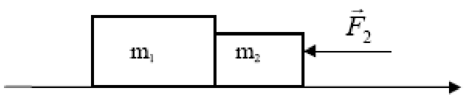
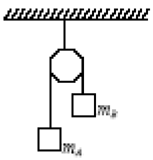


Fig.2

ESERCIZIO 4

Il sistema indicato in figura (macchina di Atwood) è inizialmente a riposo con la massa m_A (=10 kg) a terra e la massa m_B (=20 kg) ad altezza h (=10 m) da terra. Determinare la velocità con cui m_B tocca terra e la tensione della fune, trascurando l'attrito e l'inerzia della carrucola.



ESERCIZIO 5

Un piccolo blocchetto, di massa m = 0.49 Kg, è attaccato ad un piano verticale tramite una molla, ed è quindi libero di oscillare in direzione orizzontale. Il periodo delle oscillazioni è T = 0.91 s e la distanza tra i due punti di oscillazione massima è d = 124 mm. Si calcoli l'energia meccanica totale dell'oscillatore e la velocità massima del blocchetto durante le oscillazioni.

SOLUZIONI I PROVA IN ITINERE – CTF – 06/04/2009

ESERCIZIO 1

a) La componente orizzontale della velocità v_{0x} è costante, quindi la palla raggiunge il muro nel tempo:

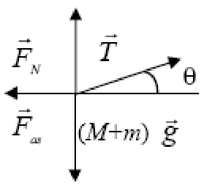
$$t = \frac{d}{v_{0x}} = 0{,}4\ s.$$

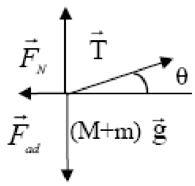
In direzione verticale è l'accelerazione ad essere costante: $\vec{g} = -9{,}8\ \hat{y}\ \ m/s^2$. Perciò:

$$h = h_0 + v_{0y}\frac{d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_{0x}}\right)^2 = 5{,}2\ m$$

b) La palla torna sul lanciatore dopo altri 0,4 s.
La componente verticale del moto è ancora uniformemente accelerata con velocità iniziale v'_{0y} = 6,08 m/s, e quota iniziale $h'_0 = 5{,}2\ m$.
Perciò la nuova quota è $h' = 6{,}9\ m$.

ESERCIZIO 2





<u>Diagrammi di corpo libero</u>

I) La forza normale al suolo è:

$$F_N = (M+m)g - T\sin\theta = 425{,}7\ N.$$

Quindi la forza di attrito statico è:

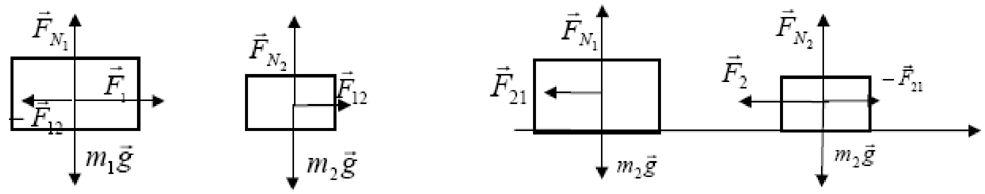
$$F_{as} = \mu_s F_N = \mu_s\left[(M+m)g - T\sin\theta\right] = 85{,}1\ N,$$

mentre la forza di attrito dinamico è:

$$F_{ad} = \mu_d F_N = \mu_d\left[(M+m)g - T\sin\theta\right] = 63{,}9\ N.$$

La componente orizzontale delle tensioni è $T_x = T\cos\theta = 76{,}6\ N < F_{as}$, per cui l'accelerazione è nulla.

ESERCIZIO 3



Diagrammi di corpo libero

a) L'accelerazione di m_1 ed m_2 è:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1}{m_1 + m_2} = 2\ m/s^2$$

Ma allora la forza di interazione F_{12} esercitata da m_1 su m_2 vale $m_2\, a$ = 4 N, mentre per il principio di azione e reazione la forza di interazione F_{21} esercitata da m_2 su m_1 vale $F_{21} = - F_{12}$ = 4 N

b) L'accelerazione vale ancora 2 m/s^2, ma questa volta su m_2 agisce anche la forza $F_2 = - F_1$.
quindi ora è $F_{21} = m_1 a$ = -8 N, ed $F_{12} = - F_{21}$ = 8 N.

ESERCIZIO 4

Equazioni di corpo libero:

$$\begin{cases} m_B g - T = m_B a \\ T - m_A g = m_A a \end{cases}$$

Risolvendo il sistema, si trova l'accelerazione di A e B (in modulo):

$$a = \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} g$$

Quindi la tensione della fune è:

$$T = m_A(a + g) = m_A g \frac{2m_B}{m_B + m_A}$$

Poichè il moto delle due masse è uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla, la velocità terminale di B è:

$$v = \sqrt{2ah} = \sqrt{2\frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} gh}$$

Si può determinare v anche dalla conservazione dell'energia, osservando che inizialmente le energie cinetiche sono nulle e l'energia potenziale del sistema, rispetto al suolo, è $m_B gh$, mentre alla fine le due masse hanno velocità di ugual modulo:

$$m_B gh = m_A gh + \frac{m_A + m_B}{2} v^2$$

cioè:

$$v = \sqrt{\frac{2(m_B - m_A)gh}{m_A + m_B}}$$

ESERCIZIO 5

Esprimiamo la costante elastica della molla per mezzo del periodo, poi l'energia totale nel punto di elongazione massima della molla, poi la velocità nel punto di equilibrio della molla : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 23.36\ N/m$;

$E = 1/2kx_{\max}^2 = 4.49\times10^{-2}$ J ; $\quad E = 1/2mv_{\max}^2 \quad \rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 0.43$ m/s .