1

- Il paracadutista parte da fermo e cade per 60 m con accelerazione g costante, per cui:

$$s = v_o t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2, \quad \text{da cui} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 60\,m}{9.8\,m\,s^{-2}}} = 3.5\,s.$$

Nella fase di accelerazione raggiunge una velocità di:

$v = g\,t_1 = 9.8\ m\ s^{-2} \cdot 3.5\ s = 34.3\ m\ s^{-1}$.

In seguito decelera con $a = -1.8\ m\ s^{-2}$ fino a raggiungere la velocità finale $v_f = 2.8\ m\ s^{-1}$. In questa fase di moto abbiamo:

$$v_f = v + a\,t_2 \quad \text{da cui si ricava:} \quad t_2 = \frac{(34.3\,m\,s^{-1} - 2.8\,m\,s^{-1})}{1.8\,m\,s^{-2}} = 17.5\,s.$$

La durata totale del volo sarà quindi: 3.5 s + 17.5 s = 21.0 s. Dopo i primi 60 metri il paracadutista decelera da una velocità iniziale $v = 34.3\ m\ s^{-1}$, per cui:

$s = v t_2 + \frac{1}{2}\ a\ t_2 = 34.3\ m\ s^{-1} \cdot 17.5\ s - 0.5 \cdot 1.8\ m\ s^{-2}\ (17.5\ s)^2 = 324.63\ m$,

per cui il paracadutista si è lanciato da un'altezza di:

60 m + 324.63 m = 384.63 m.

2

- Posto il corpo di massa m nella posizione di equilibrio in cui la forza peso eguaglia la forza elastica, abbiamo $F = -kx + mg$, che si annulla quando $x = d$ e quindi abbiamo $kd = mg$.
Facendo cadere bruscamente il corpo l'energia totale elastica della molla è data da:

$E = \frac{1}{2} k\ A^2$, dove k è la costante elastica della molla e A l'ampiezza massima dell'elongazione della molla quando il corpo viene lasciato cadere bruscamente.

Quando la molla si allunga verticalmente per la caduta libera del corpo, essa varia la sua energia potenziale gravitazionale che si trasforma in energia elastica accumulata. La variazione di energia potenziale all'elongazione massima è uguale all'energia elastica E e quindi, essendo $m\,g = k\,d$:

$m\,g\,A = k\,d\,A = \frac{1}{2}\ k\ A^2$, da cui si ottiene la risposta cercata $A = 2d = 2 \cdot 10\ cm = 20\ cm$.

4

- (a) Ogni giorno al soggetto vengono a mancare 3200 kcal – 2600 kcal = 600 kcal.
L'energia interna diminuisce dunque di 600 kcal al giorno pari a:

$2.5\ 10^6$ joule al giorno = 29 watt.

(b) L'energia mancante viene ottenuta dalla combustione delle riserve dell'organismo. Il calo di peso settimanale è dato da:

$$7\ \text{giorni} \cdot \left(\frac{600\,\text{kcal} \cdot 0.6}{4\,\text{kcal}\ \cancel{\text{giorno}}^{-1}} + \frac{600\,\text{kcal} \cdot 0.4}{9.5\,\text{kcal}\ \cancel{\text{giorno}}^{-1}} \right) = 806.8\,g = 0.807\,kg.$$

5

- La forza elettrostatica è data da $F_E = k\ q^2/R^2$, mentre quella gravitazionale da $F_G = G\ m_e m_p / R^2$. Il loro rapporto è:

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{k\,q^2}{G\,m_e\,m_p} = \frac{9 \cdot 10^9\ N\,m^2\,C^{-2}\ (1.6\ 10^{-19}\ C)^2}{6.67\ 10^{-11}\ N\,m^2\,kg^{-2}\ (9.1\ 10^{-31}\ kg)(1.67\ 10^{-27}\ kg)} = 2.26\ 10^{39}.$$

Dunque la forza elettrostatica è enormemente più intensa di quella gravitazionale!
Chiamata v la velocità dell'elettrone in orbita, equiparando la forza elettrostatica a quella centrifuga abbiamo: $F_E = k\ q^2/R^2 = m_e\ a = m_e\ v^2/R$, da cui

$$v = q\sqrt{\frac{k}{m_e\,R}} = 1.6\ 10^{-19}\ C\sqrt{\frac{9\ 10^9\ N\,m^2\,C^{-2}}{9.1\ 10^{31}\ kg\ 5.5\ 10^{-11}\ m}} = 2.1\ 10^6\ m\,s^{-1}.$$

Il tempo impiegato a percorrere un'orbita risulta essere:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\ 5.5\ 10^{-11}\,m}{2.1\ 10^6\ m\,s^{-1}} = 1.64\ 10^{-16}\ \text{secondi}.$$

3

o - Il teorema di Bernoulli applicato alle due diverse sezioni, essendo il tubo orizzontale, diventa:

$$p_1 + \frac{1}{2}\, d\, v_1^{\,2} = p_2 + \frac{1}{2}\, d\, v_2^{\,2}.$$

Inoltre per l'equazione di continuità abbiamo: $S_1\, v_1 = S_2\, v_2$. Utilizzando queste due relazioni si ricava la velocità v_2 da cui valutiamo la portata $Q = S_2\, v_2$. Si ottiene:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot \frac{(p_2 - p_1)}{d} = \frac{2 d g \cdot 5\,\mathrm{cm}}{d} = 9.8 \cdot 10^3\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}^{-2},$$ e

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} = \pi \left(\frac{0.5\,\mathrm{cm}}{1.2\,\mathrm{cm}}\right)^2 = 0.174,$$ che sostituita nella precedente fornisce

$$v_2^2\left(1 - 0.174^2\right) = 9.8 \cdot 10^3\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}^{-2},$$ da cui

$$v_2 = \sqrt{\frac{9.8\ 10^3\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}^{-2}}{\left(1 - 0.174^2\right)}} = 100.5\,\mathrm{cm\,s}^{-1}$$ e quindi

$$Q = \pi r_2^2\, v_2 = \pi (0.5\,\mathrm{cm})^2 \cdot 100.5\,\mathrm{cm\,s}^{-1} = 78.93\,\mathrm{cm}^3\,\mathrm{s}^{-1}.$$