Soluzioni II itinere CTF 6/6/2007

ISBN 88-8-1336-5

(ES.1)

ESEMPIO 14-9 **Determinazione del calore latente.** Il calore specifico del mercurio liquido è 140 J/kg · °C. Quando 1.0 kg di mercurio solido al suo punto di fusione di −39 °C è posto in un calorimetro di alluminio da 0.50 kg riempito con 1.2 kg di acqua a 20.0 °C, la temperatura finale della miscela risulta essere 16.5 °C. Qual è il calore di fusione del mercurio in J/kg?

APPROCCIO Seguiamo passo per passo la Guida sopra riportata.

SOLUZIONE

1. Il sistema è isolato? Il mercurio è stato posto in un calorimetro che, per definizione, è ben isolato. Il sistema isolato è formato dal mercurio, il calorimetro e l'acqua.
2. **Conservazione dell'energia.** Il calore assorbito dal mercurio è uguale al calore ceduto dall'acqua e dal calorimetro.
3. e 4. **Passaggio di fase.** C'è un cambiamento di fase e inoltre dobbiamo usare le equazioni del calore specifico. Nel calore assorbito dal mercurio (Hg) compare un termine che corrisponde alla fusione del mercurio

$$Q_{\text{(fusione di Hg solido)}} = m_{\text{Hg}} L_{\text{Hg}},$$

più un termine che corrisponde al riscaldamento del mercurio da −39 °C a +16.5 °C

$$Q_{\text{(riscaldamento di Hg liquido)}} = m_{\text{Hg}} c_{\text{Hg}}[16.5\ °\text{C} - (-39\ °\text{C})]$$
$$= (1.0\ \text{kg})(140\ \text{J/kg}\cdot°\text{C})(55.5\ °\text{C}) = 7770\ \text{J}.$$

Tutto questo calore è trasferito al mercurio dall'acqua e dal calorimetro che si raffreddano:

$$Q_{\text{cal}} + Q_{\text{H}_2\text{O}} = m_{\text{cal}} c_{\text{cal}}(20.0\ °\text{C} - 16.5\ °\text{C}) + m_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{O}}(20.0\ °\text{C} - 16.5\ °\text{C})$$
$$= (0.50\ \text{kg})(900\ \text{J/kg}\cdot°\text{C})(3.5\ °\text{C}) + (1.2\ \text{kg}(4186\ \text{J/kg}\cdot°\text{C})(3.5\ °\text{C})$$
$$= 19\,200\ \text{J}.$$

5. **Equazione dell'energia.** La conservazione dell'energia ci dice che il calore perduto dall'acqua e dalla coppa del calorimetro deve essere uguale a quello assorbito dal mercurio:

$$Q_{\text{cal}} + Q_{\text{H}_2\text{O}} = Q_{\text{(fusione di Hg solido)}} + Q_{\text{(riscaldamento di Hg liquido)}}$$

cioè

$$19\,200\ \text{J} = m_{\text{Hg}} L_{\text{Hg}} + 7\,770\ \text{J}.$$

6. **Temperatura di equilibrio.** È nota (16.5 °C) e l'abbiamo già usata.
7. **Soluzione**. L'unica incognita nella nostra equazione dell'energia (punto 5) è L_{Hg}, il calore latente di fusione (o liquefazione) del mercurio. Risolviamo rispetto ad essa, ponendo $m_{\text{Hg}} = 1.0$ kg:

$$L_{\text{Hg}} = \frac{19\,200\ \text{J} - 7770\ \text{J}}{1.0\ \text{kg}} = 11\,400\ \text{J/kg} \approx 11\ \text{kJ/kg},$$

dove abbiamo arrotondato a due le cifre significative.

pio, perché la densità dell'elio è minore di quella dell'aria.

Es. 2

ESEMPIO 10-10 **Pallone pieno di elio.** Quale volume V di elio è necessario per un pallone che deve sollevare un peso di 180 kg (incluso il peso del pallone vuoto)?

APPROCCIO La spinta di Archimede sul pallone di elio, F_A, che è uguale al peso di aria spostata, deve essere almeno uguale al peso dell'elio più il peso del pallone e del carico (fig. 10-18). La tabella 10-1 ci dà la densità dell'elio come 0.179 kg/m^3.

SOLUZIONE La spinta di Archimede deve avere un valore minimo di

$$F_A = (m_{He} + 180\ \text{kg})g.$$

Quest'equazione può essere scritta in termini di densità usando il principio di Archimede:

$$\rho_{aria} V g = (\rho_{He} V + 180\ \text{kg})g.$$

Risolvendo in funzione di V, troviamo:

$$V = \frac{180\ \text{kg}}{\rho_{aria} - \rho_{He}}$$
$$= \frac{180\ \text{kg}}{(1.29\ \text{kg/m}^3 - 0.179\ \text{kg/m}^3)} = 160\ \text{m}^3.$$

NOTA Questo è il minimo volume necessario vicino alla superficie terrestre, dove $\rho_{aria} = 1.29$ kg/m^3. Per raggiungere altitudini maggiori, è necessario un volume più grande, poiché la densità dell'aria diminuisce con l'altitudine.

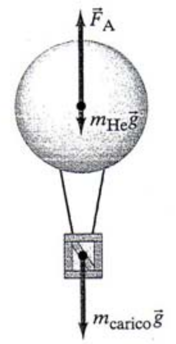

FIGURA 10-18 Esempio 10-10.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2.026 \cdot 10^5}{1.1 \cdot 10^3} + 2 \cdot 9.8 \cdot 0.5}$$

Es. 3

Esempio 15.10 La legge di Torricelli

Un serbatoio che contiene un liquido di densità ρ ha un piccolo foro su un lato ad altezza y_1 dal fondo (Fig. 15.23). La pressione dell'aria esterna al foro è quella atmosferica ed il foro ha una sezione molto più piccola di quella del contenitore. L'aria al disopra del liquido è mantenuta ad una pressione P. Se il livello del liquido si trova ad un'altezza h sopra al foro si determini la velocità di uscita dell'acqua dal foro.

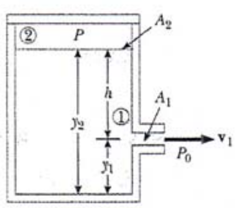

Figura 15.23 Quando P è molto più grande della pressione atmosferica P_0, la velocità del liquido che attraversa il foro sul lato del contenitore è approssimativamente $v_1 = \sqrt{2(P - P_0)/\rho}$.

Soluzione Poiché $A_2 >> A_1$, sulla superficie superiore del contenitore, dove la pressione è P, il liquido è con buona approssimazione a riposo. Applicando l'equazione di Bernoulli ai punti 1 e 2, notando che, sul foro, P_1 è uguale alla pressione atmosferica P_0, otteniamo

$$P_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

Ma $y_2 - y_1 = h$ e quindi l'espressione si riduce a

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho} + 2gh} \simeq 13.9\ \frac{m}{s}$$

Quando P è grande rispetto alla pressione atmosferica P_0 (e il termine $2gh$ può essere trascurato), la velocità di deflusso dell'acqua è essenzialmente una funzione di P. Se, infine, il serbatoio è aperto e la pressione è quella atmosferica allora $P = P_0$ e $v_1 = \sqrt{2gh}$. In altre parole la velocità di efflusso da un serbatoio aperto è uguale alla velocità di un corpo che è caduto liberamente dall'altezza h. Questa relazione è nota come **legge di Torricelli**.

ISBN 88-8-1336-5

Es.4

ESEMPIO 16-9 **Seguendo la guida.** Si calcoli il campo elettrico totale nel punto B in figura 16-28 dovuto alle cariche Q_1 e Q_2.

APPROCCIO e SOLUZIONE

1. **Diagramma delle forze.** Nella figura 16-28 sono illustrati la direzione e il verso dei campi $\vec{E}_{B1}$ ed $\vec{E}_{B2}$ e del campo totale $\vec{E}_B$. Il campo $\vec{E}_{B2}$ punta nel verso opposto rispetto a Q_2, il campo $\vec{E}_{B1}$ punta verso Q_1.
2. **Applicazione della legge di Coulomb** per determinare l'intensità dei campi elettrici. Il punto B è equidistante dalle due cariche e per il teorema di Pitagora si ha che la sua distanza da ciascuna carica vale 40 cm. Allora i moduli di E_{B1} ed E_{B2} sono uguali; si ha

$$E_{B1} = E_{B2} = \frac{kQ}{r^2} = \frac{(9.0 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(50 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{C})}{(0.40\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 2.8 \cdot 10^9\ \mathrm{N/C}.$$

mill. Coulomb

3. **Somma vettoriale** e uso delle eventuali **simmetrie**. Le componenti lungo y di $\vec{E}_{B1}$ ed $\vec{E}_{B2}$ sono uguali e opposte. In virtù di questa proprietà di simmetria, il campo in B è orizzontale ed è uguale a $E_{B1}\cos\theta + E_{B2}\cos\theta = 2E_{B1}\cos\theta$. Dalla figura 16-28 si ha $\cos\theta = 26\ \mathrm{cm}/40\ \mathrm{cm} = 0.65$, quindi

$$E_B = 2E_{B1}\cos\theta = 2(2.8 \cdot 10^9\ \mathrm{N/C})(0.65)$$
$$= 3.6 \cdot 10^9\ \mathrm{N/C},$$

Il campo $\vec{E}_B$, infine, è diretto nel verso positivo dell'asse x.

NOTA Il sistema descritto nella parte (*a*) dell'esempio 16-9 non ha particolari proprietà di simmetria.

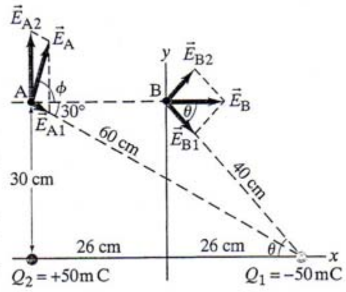

FIGURA 16-28 (ripetuta) Calcolo del campo elettrico nei punti *A* e *B* per l'esempio 16-9.

ESEMPIO 19-8 **Applicazione delle leggi di Kirchhoff.** Calcolate le correnti I_1, I_2 e I_3 che scorrono nei tre rami del circuito in figura 19-13.

APPROCCIO e SOLUZIONE

1. **Indicate le correnti con pedici diversi** e scegliete i rispettivi versi di scorrimento. In figura 19-13 le correnti nei tre rami vengono indicate con I_1, I_2 e I_3. Dal momento che le correnti, nel loro verso positivo, tendono ad allontanarsi dai poli positivi della batteria, i versi di I_2 e I_3 vengono scelti come mostrato in figura 19-13. Il verso di I_1 non è evidente a priori: in modo del tutto arbitrario viene scelto il verso indicato in figura. Se fluisce in verso opposto, la corrente risulterà negativa.

➡ **PER RISOLVERE I PROBLEMI**
Scegliete il verso delle correnti in modo arbitrario

2. **Individuate le incognite.** Ci sono tre incognite e quindi sarà necessario scrivere tre equazioni. A tale scopo verranno usate le leggi di Kirchhoff.

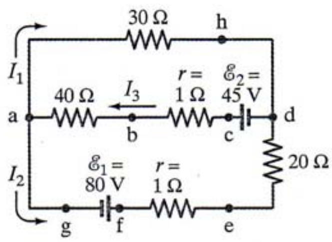

FIGURA 19-13 Le correnti che possono essere calcolate usando le leggi di Kirchhoff. Vedi esempio 19-8.

3. **Regola dei nodi.** Applicando la regola dei nodi in «a», dove I_3 è entrante e le altre due correnti sono uscenti, si ha
$$\boxed{I_3 = I_1 + I_2.} \qquad (a)$$
Nel nodo «d» si ottiene la stessa equazione, quindi la regola dei nodi applicata in «d» non permette di ottenere informazioni ulteriori.

4. **Regola delle maglie.** La regola delle maglie verrà applicata a due diversi percorsi chiusi. Come prima maglia si considera il percorso «ahdcba» a partire dal punto «a». Da «a» ad «h» si ha la diminuzione di potenziale $V_{ha} = -(I_1)(30\ \Omega)$; da «h» a «d» non c'è variazione di potenziale; da «d» a «c» il potenziale aumenta di 45 V, cioè $V_{cd} = +45$ V; da «c» ad «a» il potenziale decresce attraverso due resistori e si ha $V_{ac} = -(I_3)(40\ \Omega + 1\ \Omega) = -(41\ \Omega)I_3$. In virtù della regola delle maglie, $V_{ha} + V_{cd} + V_{ac} = 0$ e quindi
$$\boxed{-30I_1 + 45 - 41I_3 = 0,} \qquad (b)$$
dove per semplicità sono state omesse le unità di misura. Come secondo percorso si sceglie il percorso esterno «ahdefga» a partire da «a». (Si sarebbe potuto anche scegliere la maglia in basso «abcdefga».) Si ha $V_{ha} = -(I_1)(30\ \Omega)$ e $V_{dh} = 0$, ma nel tratto da «d» a «e» la carica di prova positiva si muove «in salita», contro il verso *assunto a priori* di scorrimento della corrente (ma è proprio questo verso che conta in questo tipo di calcolo), quindi $V_{ed} = I_2(20\ \Omega)$ ha segno *positivo*. Analogamente $V_{fe} = I_2(1\ \Omega)$. Nel tratto da «f» a «g» il potenziale diminuisce di 80 V perché si va dal polo della batteria a potenziale alto verso quello a potenziale basso; allora $V_{gf} = -80$ V. Osservato, infine, che $V_{ag} = 0$ si ha
$$\boxed{-30I_1 + (20 + 1)I_2 - 80 = 0.} \qquad (c)$$

5. **Risolvete il sistema di equazioni.** Il sistema da risolvere è costituito dalle tre equazioni (a), (b) e (c) nelle tre incognite I_1, I_2 e I_3. Dall'equazione (c) si ha
$$I_2 = \frac{80 + 30I_1}{21} = 3.8 + 1.4I_1. \qquad (d)$$
Dall'equazione (b) si ha
$$I_3 = \frac{45 - 30I_1}{41} = 1.1 - 0.73I_1. \qquad (e)$$

$I_1 = -0.87$A

$I_2 = 2.6$A

$I_3 = 1.7$A

oppure

$-45 - 80 -$

$+ (1) I_2 + I_3 \cdot 41\Omega$

$+ I_2 \cdot 20 = 0$